

Gotthard Günther [*]

Dreiwertige Logik und die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation

Die moderne Entwicklung der naturwissenschaftlichen Forschung ist im Begriff eine grundsätzliche philosophische These, die unser theoretisches Denken seit der Zeit der Griechen bestimmt hat, radikal in Frage zu stellen. Die These, von der wir sprechen, betrifft die strenge Scheidung von Subjekt und Objekt in allen wissenschaftlichen Prozeduren. Es galt bis kürzlich als Kernaxiom aller theoretischen, streng "objektiven" Reflexion, dass der Gegenstand der wissenschaftlichen Bemühung einwandfrei isolierbar sei und gereinigt von allen subjektiven Beimischungen "absolut" beschrieben werden könne.

Eine unmittelbare Folge dieser Auffassung war die Annahme der klassischen Physik, dass die experimentelle Messgenauigkeit keine endliche Grenze besitze. Man glaubte, dass alle unsere physikalischen Messungen in unendlicher Progression gegen absolute Gewissheit konvergieren müssten, da der isolierte, "objektive" Gegenstand grundsätzlich feststellbare Eigenschaften entweder hat – oder nicht hat. Das Tertium Non Datur galt als unantastbar, weil man glaubte, dass die Trennungslinie zwischen erkennendem Subjekt und erkanntem Objekt eine absolute Größe darstelle und logisch restlos eindeutig sei. Diese Theorie von der unendlichen Approximation der Messgenauigkeit an die absolute Gewissheit wurde am Anfang dieses Jahrhunderts durch die Entdeckung des Planckschen Elementarquantums h widerlegt. Wir wissen heute: Messgenauigkeit, die die Größenordnung von h unterschreitet, ist nicht möglich. Eine unmittelbare Folge dieses Sachverhaltes stellt die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation dar, gemäß der Ort eines Elementarpartikels unbestimmt bleibt, wenn wir uns bemühen seinen Impuls genau festzustellen, oder umgekehrt die Impulsangabe nicht verfügbar ist, wenn man sich die Lokalisierung des Partikels zur Aufgabe macht. Die Unbestimmtheitsrelation ist ein Ausdruck für die Tatsache, dass in "letzte" physikalische Aussagen die experimentelle Situation des Beobachters mit hinein definiert werden muss. Dies veranlasste Heisenberg im Anfang der dreißiger Jahre die folgenschwere philosophische These aufzustellen: "Eine ganz scharfe Trennung der Welt in Subjekt und Objekt (ist) nicht mehr möglich" und dementsprechend hat "der völlig isolierte Gegenstand ... prinzipiell keine beschreibbaren Eigenschaften mehr".^[1] Mit dieser Aussage geht die naturwissenschaftliche Betrachtungsweise in die Philosophie über und es wird interessant sein festzustellen wie die wissenschaftliche Philosophie, in ihrer Gestalt als symbolische Logik, die Heisenberg'sche Aussage deuten kann.

Die *zweiwertige*, klassische Logik ist ein genauer Ausdruck der absoluten Trennung von Subjekt und Objekt. Eine Trennung, in der sich Positives und schlechthin Negatives sowohl wie Konjunktion und Disjunktion unvermittelt gegenüberstehen. Dies zeigen die beiden Tafeln I und II

p	~p	(I)	p	q	p ∧ q	p ∨ q	(II)
P	N		P	P	P	P	
N	P		P	N	N	P	
			N	P	N	P	
			N	N	N	N	

* Veröffentlicht in: Actes du II^{ème} Congrès International de l'Union Internationale de Philosophie des Sciences, Zürich 1954, Vol. II, p. 53-59.

¹ W. Heisenberg, *Kausalgesetz und Quantenmechanik. Erkenntnis II* : Ann. d. Phil, 9, S. 182.

Auf dem Boden dieser Logik muss Ort *und* Impuls gleichzeitig und in Gemeinsamkeit feststellbar sein, weil diese Logik nur *eine* Konjunktion ("und") besitzt, die ihrerseits von der Disjunktion scharf getrennt ist. Akzeptieren wir aber die obige These Heisenbergs, so sehen wir uns gezwungen von dem einfachen klassischen Negationsschema (Tafel I), das dem radikalen Gegensatz von Subjekt und Objekt präzise entspricht, abzugehen. Der Heisenberg'sche Satz setzt nämlich zwei verschiedene Subjektbegriffe voraus: einmal das detachierte epistemologische Subjekt des theoretischen Physikers, der die Aussage von der Unmöglichkeit der radikalen Trennung von Subjekt und Objekt macht, und zweitens das dem Objekt verbunden bleibende Subjekt, *über das* die betreffende Aussage gemacht wird. Es ist von jetzt ab unmöglich, beide Subjekte als logische gleichwertig zu behandeln. Folglich reicht die einfache klassische Negation, die den generellen Unterschied zwischen Subjekt und Objekt nicht weiter differenziert, logisch nicht mehr aus. Das detachierte Subjekt ist praktisch mit dem theoretischen Physiker zu identifizieren, der weiß, dass zur erschöpfenden Beschreibung des Sachverhaltes Ort *und* Impuls systematisch zusammengehören. Das dem Objekt verhaftete Subjekt aber ist das des experimentellen Physikers, dessen Experimentalsituation in das physikalische Resultat hineindefiniert werden muss und der von seinem Standpunkt aus immer nur das eine *oder* das andere der beiden komplementären Erfahrungsdaten zu Gesicht bekommt. Zwischen diesen beiden Subjekten existiert offenbar ein logisches Gefälle, das nur in einer dreiwertigen – also zwei Negationen enthaltenden – Logik adäquat abgebildet werden kann. Wir ergänzen deshalb die Tafel I durch das erweiterte Negationssystem

p	~ p	~' p
P	N	P
N	P	N'
N'	N'	N

(III)

Durch sinngemäße Anwendung der de Morgan'schen Formeln auf der Basis von III entsteht dann die erweiterte Tafel IV für Konjunktion und Disjunktion IV in einer dreiwertigen Logik als Gegenstück zu II:

p	q	$p \wedge^D q$	$p \wedge^R q$	$p \wedge^I q$	$p \Delta q$	$p \nabla q$	$p \vee^I q$	$p \vee^R q$	$p \vee^D q$
P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
P	N	N	P	N	N	P	P	N	P
P	N'	N'	N'	N'	P	N'	P	P	P
N	P	N	P	N	N	P	P	N	P
N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
N	N'	N'	N'	N	N'	N	N'	N	N
N'	P	N'	N'	N'	P	N'	P	P	P
N'	N	N'	N'	N	N'	N	N'	N	N
N'	N'	N'	N'	N'	N'	N'	N'	N'	N'

(IV)

Tafel IV enthält drei(!) verschiedene Konjunktionen und Disjunktionen und zwei "meontische" Funktionen, $p \Delta q$ und $p \nabla q$, die hier nur der Vollständigkeit halber mit angeführt werden.^[2] Legen wir die seit ca. 1930 bekannte (Łukasiewicz und Tarski) dreiwertige Konjunktion $p \wedge^D q$ zugrunde, dann ergibt sich als Definition der übrigen Funktionen von IV:

² Vgl. G. Günther, *Die philosophische Idee einer nicht-aristotelischen Logik*, Actes du XI^e Congrès International de Philosophie, vol. V, p. 44-50.

$$\begin{aligned}
 p \wedge^R q &\equiv \sim (\sim p \wedge^D \sim q) \\
 p \wedge^I q &\equiv \sim' (\sim' p \wedge^D \sim' q) \\
 p \vee^I q &\equiv \sim \sim' (\sim' \sim p \wedge^D \sim' \sim q) \\
 p \vee^R q &\equiv \sim' \sim (\sim \sim' p \wedge^D \sim \sim' q) \\
 p \vee^D q &\equiv \sim \sim' \sim (\sim \sim' \sim p \wedge^D \sim \sim' \sim q) \\
 &\equiv \sim' \sim \sim' (\sim' \sim \sim' p \wedge^D \sim' \sim \sim' q) \\
 p \Delta q &\equiv (p \vee^I q) \wedge^D (p \vee^R q) \\
 p \nabla q &\equiv (p \wedge^R q) \vee^D (p \wedge^I q)
 \end{aligned}$$

Das logische Problem der Unbestimmtheitsrelation läuft nun darauf hinaus, dass *nur* für den theoretischen Physiker Ort und Impuls voll konjunktiv gegeben sind. D.h. beide sind hier in einem System der mathematischen Reflexion vereinigt und "und" hat hier die Bedeutung $p \wedge^D q$. Anders liegen die Dinge für den experimentellen Beobachter! Er arbeitet in zwei komplementären Beobachtungssystemen, die entweder Ort oder Impuls ergeben. Es tritt also auf experimenteller Basis ein disjunktives Element ein, das die ursprüngliche Konjunktion *abschwächt*. Nur abschwächt! Denn die Konjunktion als solche bleibt bestehen! Es tritt keine volle Disjunktion ein, die die Möglichkeit offen lässt, dass nur eins (Ort) oder das andere (Impuls) im physikalischen System "existiert". Die klassische, zweiwertige Logik ist diesem Problem nicht gewachsen, weil sie nur *einen* Begriff der Konjunktion und nur ein korrespondierendes Disjunktionsmotiv kennt – siehe Tafel II. Anders liegen die Dinge, wenn wir zu Tafel IV übergehen. Es zeigt sich, dass IV drei verschiedene Konjunktionsmotive enthält, die dem Problem der Unbestimmtheitsrelation genau entsprechen. Die drei Bedeutungen von "und", die die Quantentheorie voraussetzt sind folgende: 1) wir nehmen an, dass in der Wirklichkeit (was immer das sein mag) beide Daten "Ort" und "Impuls" konjunktiv koexistieren. Das ist der Standpunkt der theoretischen Reflexion. Experimentell ist uns aber 2) nur die eine oder 3) die andere Seite der ganzen physikalischen Wirklichkeit gegeben. D. h., wir beschreiben den Sachverhalt immer nur in zwei komplementären, "abgeschwächten" Konjunktionen, in denen ein Teil der Daten disjunktiv auftritt.

Um zu zeigen, dass die drei Konjunktionen der Tafel IV diesen Bedingungen einer Totalkonjunktion und zwei partiellen Konjunktionen entsprechen, wollen wir dieselben in ihre "aristotelischen", d.h. zweiwertigen Komponenten auflösen. Tafel V zeigt das Schema der Auflösung:

p	q	$p \wedge^D q$		$p \wedge^R q$		$p \wedge^I q$	
P	P	P	P	P	P	P	P
P	N	N		P		N	
P	N'		N'		N'		N'
N	P	N		P		N	
N	N	N	N	N	N	N	N
N	N'		N'		N'		N
N'	P				N'		N'
N'	N		N'		N'		N
N'	N'		N'		N'		N'

(V)

Tafel III können wir entnehmen, dass eine Negation stets ein Umtauschverhältnis von je zwei Werten ist, und Tafel II zeigt uns als strukturelle Eigenschaft der Konjunktion, dass die Wertwahl sofort zum negativen Wert übergeht, sofern ein solcher vorhanden ist. Im

Kontrast dazu erweist sich die Disjunktion als eine Wertfolge, die solange bei dem positiven Wert verharrt als ein solcher in den Determinationskolonnen p und q vorhanden ist. Übertragen wir das sinngemäß auf das Umtauschverhältnis zwischen N und N' so wird das konjunktive Verhältnis hier mit $N N' N' N'$ und das disjunktive mit $N N N N'$ etabliert sein. Betrachten wir jetzt Tafel V, so sehen wir dass nur $p \wedge^D q$ eine totale Konjunktion darstellt. Ausschließlich in der ersten Konjunktion sind die Wertfolgen aller drei Umtauschverhältnisse $P N$, $N N'$ und $P N'$ konjunktiv. Bezeichnenderweise haben bisher alle Logiker, die gelegentlich einen dreiwertigen Kalkül benutzt haben, ausschließlich mit diesem Typus der Konjunktion gearbeitet.^[3] Es ist dies aber ein ängstliches und ungerechtfertigtes Festhalten an klassischen Denkgewohnheiten. Denn neben die Totalkonjunktion $p \wedge^D q$ treten die partiellen, oder komplementären, Konjunktionen $p \wedge^R q$ und $p \wedge^I q$. Ein Blick auf Tafel V zeigt, dass beide Komplementärkonjunktionen in dem umfassenden Umtauschverhältnis $P N'$ konjunktiv sind. Dieses Charakteristikum haben beide mit $p \wedge^D q$ gemeinsam. Aber während $p \wedge^R q$ zwischen P und N disjunktiv und zwischen N und N' konjunktiv ist, ist das Verhältnis in $p \wedge^I q$ genau umgekehrt. Jetzt ist $P N$ konjunktiv und dafür das Umtauschverhältnis von $N N'$ disjunktiv. Dies entspricht genau der logischen Situation in der Unbestimmtheitsrelation. Es liegen zwei Gruppen von physikalischen Daten vor, Ortsdaten und Impulsdaten, die konjunktiv verbunden werden sollen. Beide Gruppen gehören zu demselben physikalischen Weltbild, das in unserer Tafel V durch $p \wedge^D q$ repräsentiert ist. Es wird also angenommen, dass die Sachverhalte, die *beiden* Datengruppen entsprechen, in der Welt *koexistieren*. Diese Koexistenz ("und") ist aber experimentell nicht aufweisbar. Die Koexistenz ist auf die Daten der einen oder der anderen Gruppe beschränkt. Die Konjunktionen $p \wedge^R q$ und $p \wedge^I q$ demonstrieren die beiden mögliche Standpunkte des experimentellen Physikers, für den entweder die eine oder die andere Datengruppe verschwindet, was sich logisch darin manifestiert, dass in den komplementären Konjunktionen das eine oder das andere der engeren Konjunktionsverhältnisse in eine *Disjunktion* übergeht. Die hier aufgewiesenen logischen Beziehungen, die der Unbestimmtheitsrelation zugrunde liegen, deuten auf eine neue philosophische Interpretation der Quantenphysik hin. Die hier gegebene Unterlage ist aber noch zu schmal um eine solche Interpretation erfolgreich durchzuführen. Dass aber eine dreiwertige Logik weitere Perspektiven einer philosophischen Durchdringung der modernen Naturwissenschaften eröffnet, soll mit einer kurzen Andeutung über das mathematisch-logische Gesetz der Kommutativität abschließend gezeigt werden.

Allgemein bekannt ist, dass die Quantentheorie sich der Cayley'schen Matrizenrechnung bedient. Ein wesentliches Charakteristikum dieser Methode ist, dass in ihr (ausgenommen sind spezielle Arten von Matrizen) die Multiplikation nicht mehr kommutativ ist. In der klassischen Logik ist das logische Produkt immer kommutativ. Legen wir aber die dreiwertige Tafel IV zugrunde und führen in Übereinstimmung mit den drei konjunktiven Funktionen die korrespondierenden Äquivalenzen

$$\begin{array}{ll}
 p \equiv^D q & P N N' \quad N P N' \quad N' N' P \\
 p \equiv^R q & P P N' \quad P P N' \quad N' N' P \\
 p \equiv^I q & P N N' \quad N P N \quad N' N P
 \end{array}$$

ein, dann zeigt sich, dass das logische Produkt nur solange generell kommutativ bleibt, solange wir uns auf den für eine dreiwertige Logik trivialen Fall beschränken, dass die Bedeutung von "und" in der Kommutation invariant bleibt. Das der Kommutativität des

³ Vgl. etwa : H. Reichenbach, *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*. Berkeley 1944.

logischen Produkts aber wird häufig falls man die Bedeutung von "und" wechselt. Mit einer Ausnahme! Die Kommutativität bleibt bestehen für

$$p \wedge^D q \equiv^R q \wedge^R p$$

Die theoretische (dreiwertige) Logik bestätigt wichtige Eigenschaften der Quantentheorie. Das ist ein wichtiges philosophisches Ergebnis, denn es zeigt, dass die durch die quantentheoretische Forschung geschaffene Erkenntnislage von grundsätzlich weltanschaulicher Bedeutung ist. Dies kann nur von solchen empirischen Daten gesagt werden, die nicht einfach kontingent sondern unmittelbar im Logischen verankert sind. Eine neue Logik (und das dreiwertige System als philosophische Logik ist neu) fordert eine neue Weltanschauung. Die moderne Naturwissenschaft ist im Begriff die notwendigen Daten dazu zu liefern. Aber das neue Weltbild kann nur aus der gemeinsamen Arbeit von rationaler Philosophie und empirischer Wissenschaft hervorgehen. Die vorliegende Betrachtung hat sich bemüht das Beispiel einer solchen Zusammenarbeit zu liefern.

The text was originally edited and rendered into PDF file for the e-journal <www.vordenker.de> by E. von Goldammer

Copyright 2009 © vordenker.de

This material may be freely copied and reused, provided the author and sources are cited
a printable version may be obtained from webmaster@vordenker.de

vordenker

ISSN 1619-9324

Zitation:

Gotthard Günther: Dreiwertige Logik und die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation, in: www.vordenker.de (Herbst-Edition 2009), J. Paul (Ed.), URL: < http://www.vordenker.de/ggphilosophy/gg_heisenberg-relation.pdf > — Erstveröffentlichung in: Actes du II^{ème} Congrès Internationale de l'Union Internationale de Philosophie des Sciences, Zürich 1954, Vol. II, p. 53-59.