

Gotthard Günther [*]

Die Aristotelische Logik des Seins und die nicht-Aristotelische Logik der Reflexion

I.

Was ist eine nicht-aristotelische Logik?

Als Rudolf Carnap im Jahre 1930 seinen programmatischen Artikel "Die alte und die neue Logik" erscheinen ließ, stellte er dort die scheinbar recht kühne und doch letzten Endes wieder unverbindliche Behauptung auf, dass "alle Philosophie im alten Sinne, knüpfe sie nun an Plato, Thomas, Kant, Schelling oder Hegel an ... sich vor dein unerbittlichen Urteil der neuen Logik nicht etwa nur als inhaltlich falsch, sondern als logisch unhaltbar, daher sinnlos" erweise^[1]. Charakteristisch ist, dass in dieser Aufzählung der großen Namen von Plato bis Hegel, die hier vor dem Richterstuhl der modernen Logik verworfen werden, der Name des Stagiriten fehlt. Eine höchst bezeichnende, aber ganz inkonsequente Auslassung! Denn wenn man die Identitätsmetaphysik von Plato bis Schelling und Hegel in den Orkus verweist, verlangt die Konsequenz, dass man der aristotelischen Metaphysik das gleiche Schicksal angedeihen lässt. Mit der Metaphysik des Stagiriten aber fällt unweigerlich auch seine Logik der metaphysischen Identität von Denken und Sein.

In dieser Unklarheit spiegelt sich die gegenwärtige Situation und das relative Verhältnis von Logik, philosophischer Logik und Metaphysik. Eine grundsätzliche Besinnung auf die sehr subtilen Beziehungen von Ontologie, traditioneller philosophischer Logik aristotelischer Provenienz und moderner logistischer Rechentechnik hat bisher noch nicht stattgefunden. Zwar wird die "alte" Logik allgemein mit der klassischen Logik und diese wieder mit dem aristotelischen System des logischen Formalismus identifiziert^[2], aber es wird nirgends angegeben, worin nun eigentlich das generelle Kriterium des Unterschiedes zwischen der alten, aristotelischen Logik und der neuen, die dann philosophisch betrachtet eben trans-klassisch und nicht-aristotelisch sein müsste, bestehen soll. Als charakteristisch für die neue Logik werden teils Präzisierungen und Verbesserungen des klassischen Systems angegeben, teils aber auch logische Sätze, die mit der älteren Theorie des Denkens direkt unvereinbar sind. Schließlich wird als Kennzeichen des Neuen auf die mathematische Kalkültechnik hingewiesen, durch die sich die moderne Logik von der traditionellen unterscheidet.

Wie man sieht, können die Elemente dieses angeblich Neuen gar nicht heterogener sein. Was die Kalkülrechnung anbetrifft, so scheint es uns unangebracht, sie als Kennzeichen einer neuen, d.h. speziellen Logik zu betrachten. Jede formale Logik lässt sich kalkülmäßig darstellen und behandeln. Die vergangene Logik sowohl wie alle künftigen logischen Systeme, die im Verlauf der Geistesgeschichte des Menschen noch auftreten mögen. Der Kalkül ist als solcher völlig indifferent gegenüber dem Unterschied verschiedener Logiken. Es ist deshalb ein terminologischer Missbrauch von einer neuen Logik zu reden, bloß weil man

* Erstveröffentlichung in: Zeitschrift für philosophische Forschung 12,3 (1958) p. 360-407.
abgedruckt in: Gotthard Günther, *Beiträge zu einer operationsfähigen Dialektik*, Band 1, Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1976, p. 141-188.

¹ Erkenntnis 1 (Annalen der Philosophie IX) S. 13 ff.

² So neuerdings wieder Bella Juhas, *Elemente der neuen Logik*. Wien 1954, S. 12 ff.

jetzt präzisere Darstellungs- und Rechenmethoden anwendet. Die logische Problematik, die mit diesen verbesserten Methoden bearbeitet wird, mag genau dieselbe sein, die die aristotelische Theorie der Reflexion entwickelte, und in diesem Fall entpuppt sich die mit Fanfaren angekündigte neue Logik als unser altes, ehrwürdiges klassisches System des Denkens, das nur vermittels einer exakteren Methodik in neuer, schärferer Gangart vorgeritten wird.

Dies trifft nun in der Tat auf einen – relativ kleinen, aber nicht unwichtigen – Teil der Logistik zu. So weit besteht also keinerlei Veranlassung von einer neuen Logik zu sprechen. Darüber hinaus aber hat sich herausgestellt, dass die klassische Logik ihr ureigenstes Programm, das darin besteht, dass wir logische Formen, "denen Formen des Seins entsprechen, nach solchen Regeln verknüpfen, denen Beziehungen zwischen den Seinsformen selbst korrespondieren"[³], nur ganz fragmentarisch erfüllt hat. Die Gründe für diese erstaunlich bruchstückhafte Durchführung des ursprünglichen Programms der klassischen Logik sind übrigens in dem Fehlen einer zureichenden Technik zu suchen, mit welcher sowohl das Verhältnis unanalysierter Aussagen zueinander wie auch die internen "ontologischen" Relationen zwischen Subjekt und Prädikat untersucht werden konnten.

Wieder wäre es ein Missbrauch, von dieser schließlichen Durchführung des originalen aristotelisch-klassischen Ansatzes als von einer neuen Logik zu sprechen. Gerade das aber geschieht heute ganz allgemein auf der logistischen Seite. In dem Terminus "neue Logik" ist ein philosophischer Anspruch verborgen, der durch die bisher von uns erwähnten Leistungen der Logistik (Introduktion einer strikt formalistischen Technik und Erfüllung des klassischen Programms) in keiner Weise gerechtfertigt wird. Es ist deshalb von philosophischer Seite in zahlreichen Fällen gegen den Anspruch der Kalkülrechner, eine neue Logik zu besitzen, Sturm gelaufen worden, wobei ausdrücklich darauf hingewiesen wurde, dass auch die angeblich neue Logik in allen ihren Varianten unverändert auf dem Fundament des klassisch-aristotelischen Denkens steht[⁴].

Nun ist aber von den Verteidigern des orthodoxen klassischen Standpunktes übersehen worden, dass die Logistik nicht nur das originale Programm des traditionellen Denkens weitgehend ausgeführt hat. Und zu solchen Ausführungen können wir den Aussagenkalkül in seiner gegenwärtigen Gestalt und begrenzte Abschnitte des Prädikatenkalküls rechnen![⁵] Sie ist darüber hinaus in Gebiete vorgestoßen, die definitiv als nicht-aristotelisch und trans-klassisch bezeichnet werden müssen. Hier wird mit vollstem Recht und philosophisch höchst legitim von "Neuem" in der Logik gesprochen. Wo aber liegt dabei die kritische Grenze zwischen den älteren klassischen und den neuen nicht-klassischen Bestandteilen, die den etwas ungefügten Komplex der heutigen Logik und Logistik ausmachen? Die Frage ist außerordentlich schwer zu beantworten und eine definitive Markierung der Trennungslinie zwischen klassischer und nicht-aristotelischer Logik ist bei dem gegenwärtigen Stande der Forschung noch nicht möglich. Alles hängt hier nämlich an den drei eng verwandten

³ Juhos, A.a.O. S. 12. Vgl. auch Paul F. Linke: die "... allgemeinsten Gesetze des Seienden nennen wir die logischen Gesetze." *Was ist Logik*. Ztschr. f. Philos. Forsch. VI. 1951/52, S. 398.

⁴ Von vielen diesbezüglichen Veröffentlichungen wollen wir nur erwähnen: B. von Freytag-Löringhoff, *Über das System der Modi des Syllogismus*. Ztschr. f. Philos. Forsch. IV (1949) S.235-256. Und vom selben Verf.: *Logik, Ihr System und ihr Verhältnis zur Logistik*. Stuttgart 1955. Vgl. bes. Freytag-Löringhoffs Thesen S.199 ff. In diesen Zusammenhang gehört auch die kürzlich ersch. Arbeit Gustav E. Müllers, *Die Idee der Logik*, Ztschr. f. Philos. Forsch. VIII (1934) S.238 ff., wo die Einheit d e r Logik als selbstverständlich vorausgesetzt wird.

⁵ Vgl. Juhos, A.a.O. S. 120.

Begriffen der "Vollständigkeit", "Entscheidbarkeit" und "logischen Wahrheit" formalisierter Systeme. Gerade aber die Formalisierung dieser Schlüsselbegriffe ist heute noch vollständig im Fluss ... jedenfalls was die Theorie des Prädikatenkalküls angeht.

Immerhin lässt sich einiges mit Gewissheit sagen: Klassisch-aristotelisch in einem noch näher zu bestimmenden philosophischen Sinn ist der Aussagenkalkül in seiner heutigen Gestalt. Er ist erstens vollständig in dem schwächeren sowohl wie dem stärkeren Sinn, in dem dieser Terminus gebraucht wird. Und zweitens existiert für ihn ein unbeschränktes Entscheidbarkeitsverfahren. Da die Hinzufügung einer nicht aus den aussagelogischen Axiomen ableitbaren Formel einen Widerspruch erzeugt, ist durch die vorgegebene Axiomatik die Widerspruchsfreiheit und Geschlossenheit des Systems im Sinne des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten garantiert.

Was den engeren Prädikatenkalkül angeht, so liegen die Dinge bereits diffiziler. Soweit endliche Argumentenbereiche allein zur Diskussion stehen, können allerdings auch hier die Widerspruchsligkeitsbeweise genau wie im Aussagenkalkül geführt werden. Man ist nämlich in diesem beschränkten Fall in der angenehmen Lage, dass man sich der mit soviel logischer Problematik beladenen Quantifikatoren, d.h., des All-Operators $(x)f(x)$ und des Existenzoperators $(Ex)f(x)$ entledigen kann. Für finite Individuenbereiche gelten nämlich die folgenden definitorischen Beziehungen:

$$\begin{aligned}(x)f(x) &=_{\text{Def}} f(a_1) \wedge f(a_2) \wedge \dots \wedge f(a_n) \\ (Ex)f(x) &=_{\text{Def}} f(a_1) \vee f(a_2) \vee \dots \vee f(a_n)\end{aligned}$$

Die Quantifikatoren können also durch eine endliche Folge von Konjunktionen resp. Disjunktionen ersetzt werden. Anders aber liegen die Dinge, sobald unendliche Individuenbereiche in die Betrachtung einbezogen werden. Für letztere ist schon im engen Funktionenkalkül die generelle Widerspruchsfreiheit nicht mehr allgemein darstellbar. Der hier zur Diskussion stehende Kalkül ist nämlich im stärkeren Sinne nicht mehr als vollständig zu bezeichnen. D.h. eine Formel wie

$$(Ex)f(x) \supset (x)f(x),$$

die für Argumentenbereiche, die nur ein einziges Individuum enthalten, wahr ist, ist zwar mit den Axiomen des Prädikatenkalküls nicht unverträglich, aber andererseits aus ihnen auch nicht ableitbar. (Um ableitbar zu sein müsste die obige Formel auch für Individuenbereiche mit mehr als einem Element wahr sein!) Im Aussagenkalkül würde die Hinzufügung einer nicht ableitbaren Formel zu einem Widerspruch führen. Im Prädikatenkalkül ist das nicht der Fall!

Andererseits verfügt der engere Prädikatenkalkül über Vollständigkeit im engeren Sinn, denn auch hier sind alle wahren Sätze aus dem Axiomensystem ableitbar. Dass dies tatsächlich der Fall ist, ist von Kurt Gödel, mit Einschluss von Individuenbereichen mit abzählbar unendlich vielen Elementen, nachgewiesen worden⁶. Voraussetzung für die Gültigkeit des Beweises ist der Satz vom ausgeschlossenen Dritten.

Aus dem bisher Gesagten geht hervor, dass das generelle Problem der logischen Allgemeingültigkeit eines formalisierten Ausdrucks, d.h. also die Frage, unter welchen Bedingungen eine Formel im Hinblick auf jeden möglichen Individuenbereich den Charakter rein formaler Wahrheit besitzt, schon im engeren Prädikatenkalkül nicht endgültig lösbar ist. Aber

⁶ Kurt Gödel, *Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls*. Monatshefte für Mathematik und Physik. Bd. 37 (1930) S. 349-360.

auch der schwächere Vollständigkeitsbegriff geht verloren, wenn wir zum weiteren Prädikatenkalkül übergehen. Es lassen sich nämlich in diesem generellsten Kalkül zu jedem gewählten Axiomensystem Formeln konstruieren, die zwar logisch für alle möglichen Individuenbereiche wahr sind, die aber trotzdem aus dem vorausgesetzten Axiomensystem nicht abgeleitet werden können. D.h. kein wie immer geartetes Axiomensystem liefert auf dieser Stufe einen vollständigen Kalkül ... selbst wenn Vollständigkeit nur in der schwachen Bedeutung dieses Begriffs verlangt wird. Auch dieses Ergebnis verdanken wir Gödel.^[7]

Für den Prädikatenkalkül als Ganzes gilt also der Satz vom ausgeschlossenen Dritten nicht mehr oder – um uns vorsichtiger auszudrücken – er kann nicht mehr unbeschränkt operativ in Anspruch genommen werden. Zwar ist auch für den erweiterten Prädikatenkalkül das Entscheidungsproblem, wie man bei einer zur Diskussion stehenden Formel feststellen kann, ob sie einen für jeden Individuenbereich wahren Ausdruck darstellt, oder ob es für sie überhaupt Argumente gibt, die ihr Wahrheitscharakter verleihen, lösbar. Aber diese Lösbarkeit beschränkt sich hier ausschließlich auf untergeordnete Teilgebiete, wie etwa das System der Formeln, die nur einstellige Prädikate enthalten. Überdies zeigt es sich, dass die Prozeduren, die Individuenbereichen gegenüber ausreichen, für Prädikatenbereiche nicht mehr allgemein zuständig sind.

Aus allem diesem geht zum mindesten das Eine hervor, die Problemlage ist nicht so einfach, dass man sagen könnte: bis zum engeren Prädikatenkalkül einschließlich ist die philosophische Thematik auch der modernen Logik noch aristotelisch-klassisch orientiert. Das wirklich neue, trans-klassische und nicht-aristotelische Denken beginnt mit dem weiteren Prädikatenkalkül. Es ist nämlich vorläufig noch gar nicht abzusehen, ob für das Entscheidungsproblem mit Bezug auf Formeln, die mehrstellige Prädikate enthalten, eine mehr generalisierte Fassung gefunden werden kann und ob überhaupt der Begriff der formal-logischen Wahrheit, wie er den heutigen logistischen Prozeduren zugrunde gelegt wird, nicht letzten Endes wird revidiert werden müssen. Denn in dem Sinne, in dem heute logische Wahrheit definiert wird, gibt es sowohl im engeren wie im weiteren Prädikatenkalkül vollständige Entscheidungsverfahren nur für logische Systematiken, die sich aus speziellen Formeltypen ergeben. Jedenfalls ist die Frage einer gradweisen Erweiterung des Gültigkeitsbereiches solcher Verfahren heute noch sehr offen.

Was allein mit einiger Sicherheit feststeht, und worauf besonders die Schwierigkeiten deuten, die auftreten, sobald man von Individuenbereichen zu Prädikatenbereichen als logischen Argumenten überwechselt, ist die kaum mehr wegzuleugnende Tatsache, dass generell im Prädikatenkalkül die Sicht auf eine völlig neue Problematik der formalen Logik freigelegt worden ist, eine Problematik, die im eminentesten philosophischen Sinne trans-klassisch und nicht-aristotelisch ist.

Aber auch jetzt besteht noch kein Recht, von einer neuen nicht-klassischen Logik zu sprechen, solange es nicht gelingt, die neue logische Problematik genau von der älteren traditionellen zu trennen und ihr ein eigenes System und eine gesonderte Behandlungsweise ihrer Fragestellungen zuzuweisen. In der gegenwärtigen Situation ist das, was wirklich substantiell und systematisch neu ist, kaum zu identifizieren, da bei dem heutigen Zustand der rechnenden Logik die ältere und die neue Problematik unentwirrbar ineinander geschlungen sind. Die Folge davon ist, dass man auch dort schon missbräuchlich von einer neuen Logik spricht, wo nur alte ontologische Probleme mit modernen, zum ersten Male

⁷ Kurt Gödel, *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme*. Monatshefte für Mathematik und Physik, Bd. 38 (1931) S. 173-198.

adäquaten Techniken behandelt werden. Das ist mehr als ein trivialer Sprachgebrauch. Der Terminus einer "neuen Logik" ist solange irreführend, als wir nicht die philosophische Idee einer zweiten Logik besitzen, die sich an die erste aristotelisch-klassische ergänzend und die Idee des theoretischen Denkens erweiternd, systematisch anschließt. Dass eine solche neue Konzeption des rationalen Reflektierens existiert, und dass sie allein den Namen einer neuen Logik, die nicht-aristotelisch und trans-klassisch ist, verdient, soll im Folgenden dargestellt werden.

Wir beginnen dabei mit der Frage: was ist unter den Termini "aristotelische" und "klassische" Logik zu verstehen, wenn wir bei einem gegebenen System erstens von dem Grade, bis zu dem es durchgeführt ist, und zweitens von der benutzten Darstellungstechnik des betreffenden Formalismus absehen und unsere Aufmerksamkeit ganz auf die philosophische Theorie des Denkens konzentrieren, die in dem zur Diskussion stehenden Gebilde zum Ausdruck kommt? Glücklicherweise ist es möglich darauf eine Antwort zu geben, über die – wenigstens unter philosophisch orientierten Logikern – einigermaßen Übereinstimmung herrscht.

Eine solche Logik ist ein identitätstheoretisches System, das die "allgemeinsten Gesetze des Seienden" als formalen strukturtheoretischen Zusammenhang unter drei urphänomenalen Reflexionsmotiven ordnet. Diese grundlegenden Kernmotive – gelegentlich auch Axiome genannt – sind bekannt als das Gesetz der sich selbst gleichen Identität, das des verbotenen Widerspruchs und das des ausgeschlossenen Dritten. Diese drei Motive konstituieren ein in sich geschlossenes Reflexionssystem, aus dem man nicht eins beliebig entfernen kann, ohne damit auch die Geltung der anderen wesentlich zu beeinträchtigen. Das thematische Leitmotiv dieses Systems ist das Prinzip der Identität, wobei die letztere als formale Reflexion von Sein überhaupt begriffen wird. Die beiden folgenden Motive haben interpretierende Bedeutung, insofern als der Satz vom verbotenen Widerspruch besagt, dass Sein immer widerspruchsfrei gedacht werden muss, und der Dritzensatz schließlich abschließend feststellt, dass ein widerspruchsfreies Denken von Sein sich in einem strikt zweiwertigen Reflexionssystem bewegen muss.

Die drei Kernmotive definieren also erstens das Objekt der Reflexion (Identität), zweitens den Reflexionsprozess (verbotener Widerspruch) und schließlich das Gesetz, das das Verhältnis des Reflexionsprozesses zu seinem Gegenstand feststellt. (*Tertium non datur*) In anderen Worten: Alles seinstheoretische, ontologisch orientierte Denken ist prinzipiell zweiwertig. Und nur als zweiwertiges behält es sein ursprüngliches Thema, Sein \equiv sich selbst gleiche Identität, im Auge. Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten ist deshalb mit Recht auch als Zweiwertigkeitssatz bezeichnet worden, und wer das Prinzip der unbedingten Zweiwertigkeit des reinen formalen Denkens aufgibt, verliert damit auch die originäre philosophische Thematik der Logik, nämlich das Grundthema: Sein des Seienden.^[8]

Akzeptiert man einen solchen von vielen Philosophen geteilten Gedankengang^[9] – und es scheint uns in der Tat kein ernsthafter Grund vorzuliegen ihn abzulehnen – so scheint das letzte und endgültige Kriterium der klassischen Logik original aristotelischer Tradition ihre

⁸ Vgl. hierzu die relevanten Ausführungen von Paul F. Linke, *Die mehrwertigen Logiken und das Wahrheitsproblem*. Ztschr. f. Philos. III (1948), S. 378 ff. und S. 530 ff.

⁹ In diesem Sinne dürften auch die Ausführungen von B. von Freytag-Löringhoff zu interpretieren sein. Siehe seine "Logik" (Stuttgart 1955). Besonders S. 177 ff.

Zweiwertigkeit zu sein. Traditionelle Logik, ontologische Logik, aristotelische Logik, klassische und zweiwertige Logik sind dann alles synonyme Begriffe.[¹⁰]

Die philosophischen Kritiker der Logistik gehen aber weiter. Sie setzen Zweiwertigkeit und Logik überhaupt gleich und lehnen eine Erweiterung des echten logischen Bereiches auf drei- oder generell mehrwertige Strukturen radikal ab. Durch solche Generalisierungen des Wertigkeitsprinzips würden, so heißt es, nur "logoide Formalismen" aber keine neue Logik erzeugt.[¹¹] Mit anderen Worten: Es wird stillschweigend vorausgesetzt, dass die klassische Idee des Denkens, wie sie durch die philosophischen Prinzipien von formaler Identität, verbotenen Widerspruch und ausgeschlossenen Dritten umschrieben wird, die einzige Idee von Denken überhaupt sei und in keiner Weise überschritten werden könne.

Ein solches Urteil ist schwer verständlich, wenn man sich vergegenwärtigt, dass die klassischen Formalprinzipien des Denkens eine sehr enge und sehr spezifische Reflexions-situation des menschlichen Bewusstseins definieren. Es kann kaum ein Zweifel bestehen, dass das theoretische Bewusstsein des Menschen in seiner bisherigen Geschichte durch Reflexionssituationen durchgegangen ist, die noch beschränkter waren, und es ist andererseits nicht einzusehen, warum sich unsere gegenwärtige Bewusstseinsstufe nicht in Reflexionsdimensionen hinein entwickeln soll, für die der klassische Formalismus keine korrespondierenden Strukturzusammenhänge mehr liefert.

Unser gegenwärtiges Bewusstsein ist zweiwertig. Gut und zugegeben. Aber setzt das nicht historisch eine einwertige Reflexionssituation voraus, für die unsere zweiwertigen Denkstrukturen ebenfalls ein "logoider Formalismus" gewesen wären? Eine solche Kritik trifft zweifelsohne für die Reinform des so genannten primitiven Bewusstseins zu, das sich vollkommen mit seiner Umwelt identifiziert (wenn es "theoretisch" denkt) und ohne formalisierbaren und identifikationsfähigen Reflexionsrest in seinen Bewusstseinsinhalten aufgeht. Auf dieser Stufe ist, wie wir sehr genau wissen, der Begriff des formalen Wahren noch nicht fassbar und deshalb auch theoretisch-wissenschaftliches Denken in unserem Sinne prinzipiell unmöglich.

Von jener Bewusstseinsstufe, auf der – wie angedeutet – unser aristotelisch-klassischer Wahr-Falsch-Formalismus nur als sinnloses Formelspiel, dem keine konkrete Reflexionssituation entspricht, erscheinen würde, setzt sich nun die nächste, doppelwertige Reflexionsstufe ab, auf der sich das theoretische Ich zum ersten Mal von dem Objektzusammenhang der Welt distanziert und sich ihm als "Negation" entgegensetzt. Von jetzt ab ist das Denken, das bis dato "magisch" gebunden war, ein freibeweglicher, vom Gegenstand abgelöster, und deshalb formalisierbarer Reflexionsprozess. Die urphänomenale Situation dieses Reflektierens ist in der platonisch-aristotelischen Analyse des Denkens beschrieben und, wenigstens in den allerersten Anfängen, auch formalisiert worden. Diese klassische Bewusstseinslage beschreibt das theoretische Ich als ein Subjekt überhaupt, das seinen Gegenständen *unvermittelt* gegenübersteht und das in sich, d.h. in der formalen Struktur seines begrifflichen Erlebens, dieses Grundverhältnis noch einmal *wiederholt*. Deshalb existiert in der Reflexion ein eindeutiger Unterschied von Denkprozess und Denkgegenstand. Der erstere ist "Negativität" (Hegel) und der zweite "Positivität" und zwischen den beiden ist ein Drittes, das diese scharfe Abhebung der theoretischen Form von ihrem Objekt aufheben oder wenigstens mildern könnte, prinzipiell ausgeschlossen.

¹⁰ In diesem Sinne ist auch die Stellung von W. Albrecht zu verstehen. Vgl. Wolfgang Albrecht, *Die Logik der Logistik*. Berlin 1954.

¹¹ P. Linke, *Die mehrwertigen Logiken ...* S. 539.

Das ist der Begriff des Denkens, der auch heute noch maßgeblich ist, und der in jedem Logikbuch bis zur Gegenwart stillschweigend vorausgesetzt wird. So wird es auch verständlich, dass, gemessen an der eben skizzierten zweiwertigen Reflexionssituation die aristotelische "Wahr-Falsch-Logik" als das einzige legitime logische System betrachtet wird, und dass die Einführung eines dritten, vierten usw. Wertes zwischen "wahr" und "falsch" als eine völlige Verkennung des philosophischen Sinns dieses klassischen Systems des Denkens geahndet wird. Soweit haben die Kritiker der neuen Logik vollkommen recht. Sie sind an prinzipieller Einsicht den Logistikern, die allzu sehr reine Techniker sind, überlegen. Und es soll, um keine Missverständnisse aufkommen zu lassen, hier noch einmal ausdrücklich festgestellt werden, dass es prinzipiell unzulässig ist, zwischen zwei Werte, die durch einen Negationsoperator wechselseitig verbunden sind, einen dritten oder gar eine beliebige Anzahl von weiteren "Werten" einzuschieben. Ein Negationsverhältnis ist ein einfaches *Umtauschverhältnis* zweier Werte, d.h. es ist eine Relation, die den gegenseitigen Austausch zweier Werte nach bestimmten Regeln erlaubt, und es ist ganz unsinnig und widerspricht völlig dem Sinn dieses Verhältnisses, hier noch einen weiteren Wert, oder gar mehrere einführen zu wollen. Ein solches *direktes* Umtauschverhältnis, wie die klassische Negation es vorschreibt, ist immer nur zwischen zwei Werten möglich. Die philosophische Kernlogik, in der das theoretische Ich sein Verhältnis zur Welt, d.h. zu dem ganzen Universum möglicher *denkfremder* Objekte bestimmt, ist zweiwertig und wird es immer bleiben! Die klassische Logik bestimmt die urphänomenale Relation zwischen theoretischem Ich überhaupt und gegenständlichem Nicht-Ich. Diese Relation kann gar nicht anders als zweiwertig sein und, von ihr aus gesehen sind nicht-aristotelische, drei- oder mehrwertige Strukturen nur logoide, formalistische Spielereien ohne jede ontologische Fundamentalrelevanz. —

Wer aber glaubt, dass damit das Problem der mehrwertigen Logiken erledigt sei, täuscht sich sehr. Was wir faktisch bisher festgestellt haben, ist nicht mehr, als dass die klassische, platonisch-aristotelische Tradition des Denkens essentiell zweiwertig ist, und dass deshalb alles sich unmittelbar auf Objekte richtende Denken dieser Tradition angehört. Zweiwertigkeit ist das generelle Kriterium dieses Logiktypus. Und wenn wir jetzt noch einmal die Frage stellen: was ist eine nicht-aristotelische Logik? so kann die Antwort nur lauten, dass dies ein mehrwertiger Formalismus sein müsste. Andererseits scheint es aber, als ob solche drei- oder generell n-wertige Strukturen als strikt-formale logische Formalismen nicht zugelassen werden dürfen, weil sie der urphänomenalen Relation von Denken und Gedachtem überhaupt nicht mehr entsprechen!

Das wäre in der Tat so, wenn die zweiwertige Reflexionssituation, in der wir uns der Welt gegenüber befinden, das historisch letzte Stadium der menschlichen Bewusstseinsentwicklung wäre. Aber nichts hindert uns, über die klassische Reflexionsstufe dadurch hinauszugehen, dass wir auf sie selbst reflektieren. Dies ist de facto bereits in den dargestellten Grenzproblemen der modernen Logik geschehen, wenn von der Widerspruchsfreiheit, der Vollständigkeit und der Erfüllbarkeit von Axiomensystemen, resp. von Bereichen von Formeltypen die Rede ist. Hier liegt bereits eine prinzipiell neue Reflexionssituation des logischen Bewusstseins vor, eine Reflexionssituation, in der das Denken nicht mehr auf sein unmittelbares Verhältnis zum Sein reflektiert, und sich (zweiwertig!) als direkten Gegensatz zu seinem Objekt versteht. Worauf jetzt hingegen reflektiert wird, ist das ontologische klassische Denken selbst. D.h. in diesen letzten Grenzanalysen über schwächere und stärkere logische Vollständigkeit, über die Tragweite des Tertium non datur, über leere und erfüllte Argumentbereiche und über die Abhängigkeit des Begriffs der logischen Wahrheit von bestimmten Formeltypen entwickelt sich ein neues, diesmal

nicht-aristotelisches Denken, dessen Gegenstand nicht mehr ein form-transzendenter Objektbereich ist, sondern die logische Form selber qua Form. Es findet damit also ein grundsätzlicher Wechsel der Bewusstseinsthematik, die das bisherige System des Denkens erzeugt hatte, statt. Dem klassischen Denken korrespondierte als Thema die Welt als ein mit sich selbst identischer, objektiver, der Reflexion unmittelbar gegebener, irreflexiver Realzusammenhang. Auf diesen war der aristotelische Formalismus ausgerichtet. Das Thema des trans-klassischen Denkens aber ist jene erste Reflexion, die sich einer denkfremden Kontingenz der Welt der Gegenstände gegenüberstellt. Auf diese Reflexion wird jetzt reflektiert.

Wir haben also jetzt zwei thematisch scharf getrennte Stufen der theoretischen Reflexion zu unterscheiden:

- 1) das klassische Denken von Sein
- 2) das trans-klassische Denken des klassischen Denkens.

Die neue Reflexionsstufe ist also die Basis einer Logik, die sich nicht mehr mit dem klassisch-aristotelischen Thema "Sein" beschäftigt, sondern mit dem neuen Thema "Reflexion". Diese Doppelstufigkeit der totalen Reflexion – wobei jeder Stufe eine gesonderte Logik entspricht – ist zuerst von Fichte entdeckt worden, wenn er sagt: "In der Wissenschaftslehre gibt es zwei sehr verschiedene Reihen des geistigen Handelns: die des Ich, welches der Philosoph beobachtet, und die der Beobachtungen der Philosophen". In den bisherigen klassisch-dogmatischen Philosophien, fährt Fichte dann fort, gab "es nur eine Reihe des Denkens, die der Gedanken des Philosophen, *da sein Stoff selbst nicht als denkend eingeführt wird.*"^[12] Das ist so klar, wie es damals nur formuliert werden konnte. In dem klassischen Thema "Sein" wird der Stoff des Denkens ausdrücklich nicht selbst als denkend eingeführt, sondern als das, was allem Denken als ein Anderes, echt Objektives gegenüber steht. Den "Stoff" aber selbst als denkend einführen, kann nun nichts anderes heißen, als dass sich das Denken in der neuen Reflexion auf den Denkprozess selber richtet. Eine andere – und vielleicht bessere – Formulierung hat Hegel später gebraucht, wenn er die totale Reflexion als Reflexion-in-sich der Reflexion-in-sich-und-Anderes definiert. Diese Fassung des Problems ist insofern viel weiter tragend, als sie bereits ausspricht, dass die beiden Fichte'schen "Reihen des Denkens", 1) die Reflexion-in-Anderes und 2) die Reflexion-in-sich keine einfach inversen Richtungen des Reflexionsprozesses darstellen, sondern dass die Reflexion-in-sich über den Gegensatz von Sein und Denken-von-Sein übergreift. Hegel hat also bereits gesehen, dass man über das naive klassische, seinsthematisch orientierte Denken nicht nachdenken kann, ohne jenes erste Denken im Gegensatz zu seinen Objekten zu betrachten. In anderen Worten: In jeder Reflexion auf die Reflexion muss der Gegenstand der ersten Reflexion mit eingeschlossen sein.

Damit aber haben wir bereits das Problem der inneren Struktur jener Reflexion 2) berührt und unserm Gedankengang etwas vorgegriffen. Vorerst haben wir aber die grundsätzliche Frage zu beantworten: Konstituiert die fundamentale Unterscheidung von Denken des Seins als erster Reflexion und Denkens des Denkens als zweiter eine systematische Differenz von solcher Tragweite, dass sich aus ihr zwei verschiedene Ideen von formaler Logik ergeben, derart, dass wir in einem streng theoretisch philosophischen Sinn von einer klassisch-aristotelischen und einer trans-klassischen, nicht-aristotelischen Logik als prinzipiell verschiedenen Formalismen des reinen Denkens sprechen können? Oder umgekehrt: Be-

¹² J. G. Fichte, *Zweite Einleitung in die Wissenschaften*. Erster Abschnitt. Die zweite Sperrung in dem Zitat ist die unsrige.

nutzen wir, wenn wir das Thema "Sein" denken, genau denselben Formalismus, der später zur Anwendung kommt, wenn das Thema unseres Denkens "Reflexion" heißt?

Im zweiten Fall gibt es nur *eine* Logik, nämlich diejenige, die uns in der klassischen Tradition überliefert worden ist, und es besteht dann kein Recht anders als in einem sehr trivialen chronologischen Sinn von alter und neuer Logik zu sprechen. Die "alte Logik" sind dann eben die älteren Teile und die "neue Logik" die moderneren Teile ein und desselben formalen Systems des Denkens. Unter diesen Umständen ist dann die neue Logik genauso klassisch, so ontologisch und so "aristotelisch" wie die alte, da ja die Thematik der Reflexion, die den Systembegriff bestimmt, nirgends gewechselt worden ist.

Anders aber liegen die Dinge, wenn wir annehmen, dass bei dem Übergang vom Denken des Seins 1) zum Denken des Denkens (von Sein) 2) die formale logische Thematik wechselt und wir deshalb in der ersten, naiv seinsthematischen Reflexion mit *einer* Idee des Denkens zu tun haben, die sich philosophisch systematisch von jener *zweiten* Idee des Denkens unterscheidet, die in dem Reflektieren auf das Reflektieren (anstatt auf das Sein) zum Ausdruck kommt.

Im transzendentalen Idealismus – genauer gesagt – in der Fichte'schen Wissenschaftslehre und Hegel'schen Logik – ist diese Frage bereits in dem Sinne entschieden worden, dass das Denken, welches sich auf sich selbst richtet, einer anderen Logik angehört als dasjenige Denken, das an der Thematik eines unmittelbaren objektiven Seins orientiert ist. In der modernen Logik aber ist diese Fundamentalproblematik des logischen Formalismus zwar nirgends theoretisch analysiert, wohl aber praktisch dahingehend interpretiert worden, dass der Übergang von der Logik des Seins zur Logik der Reflexion *keinen* Wechsel der philosophischen Thematik involviert. Es ist angeblich dasselbe Denken, das erstens das Sein der Gegenstandswelt und das in einer zweiten Reflexion sich selber denkt. D.h. es wird in der mathematisch-symbolischen Logik bis dato ziemlich unbefangen angenommen, dass wir nur eine Idee des Denkens besitzen, der ein einziges System der Reflexion entspricht und dass, speziell was den logischen Funktionenkalkül anbelangt, die Logik aller Individuenbereiche mit der des Inbegriffs aller Prädikatenbereiche eine kontinuierliche Systematik bildet, in der weder ein philosophischer Themenwechsel noch ein Übergang zu einer mehrwertigen Wertstruktur vorgesehen ist.

In der Tat muss die Hartnäckigkeit Verwunderung erregen, mit der man auch am Prinzip der Zweiwertigkeit angesichts der Schwierigkeiten festhält, die der Satz vom ausgeschlossenen Dritten, das Prinzip der Vollständigkeit und der Begriff der formalen Wahrheit im Rahmen des Prädikatenkalküls produzieren. Aber andererseits ist diese rigoros am Traditionellen orientierte Haltung doch nicht allzu verwunderlich, wenn man ins Auge fasst, in welcher fragwürdigen Weise der transzendente Idealismus die gegenteilige Lösung durchzuführen versucht hat. Zwar wird bei Fichte und Hegel und in gewissem Sinne auch schon bei Kant sehr entschieden erklärt, dass das seinsthematische Denken einer andern Logik folge als das reflexionsthematische. Aber wenn wir fragen, welche *formale* Struktur jene neue (bei Kant "transzendental" und bei Hegel "dialektisch" genannte) Logik aufweise, so werden wir durch den deutschen Idealismus und die ihm folgende geisteswissenschaftliche Tradition ganz einstimmig belehrt, dass nur die klassische, ausschließlich auf das gegenständliche Objekt ausgerichtete Logik einen abstrakten Formalismus repräsentiere und über manipulierbare Operatoren verfüge. Die neue Logik sei nicht formal und deshalb auch nicht als rechnerischer Kalkül darzustellen, weil in ihr der elementare Gegensatz von Reflexions*form* und Reflexions*gegenstand* aufgehoben sei.

Über diese Meinung ist die Geschichte der Logik inzwischen zur Tagesordnung übergegangen. Wir sind heute im tatsächlichen Besitz einer neuen Logik. Sie ist genau so formal und kalkülmäßig darstellbar wie die alte klassische. Und sie besitzt überdies manipulierbare Operatoren, von denen sich die ältere Tradition nichts träumen ließ. Weiterhin ist diese nachidealistische Logik in denjenigen Teilen, die im echten philosophischen Sinn neu sind, eine Reflexion auf das klassische seinsthematische Denken. Dass dies so ist, kann ganz unzweifelhaft an der mit Leibniz beginnenden Entwicklung der modernen Theorie des Denkens abgelesen werden.

Die klassische Tradition einer naiven, ganz auf ihren Gegenstand eingestellten Reflexion hat sich nirgends ernsthaft um eine Trennung zwischen dem (metaphysischen) Objekt und dem ihm verhafteten Denkprozess bemüht. Das war ganz selbstverständlich, denn jener selbstvergessene theoretische Blick war ganz ausschließlich bestrebt, die Regeln eines gegenständlichen reinen Ansichseins festzustellen. Wobei stillschweigend vorausgesetzt wurde, dass jene hypostasierten ontologischen Gesetze letzten Endes mit den formalen Prinzipien unseres Denkens identisch sein müssten.

Mit Leibniz aber setzt eine grundsätzlich neue Betrachtungsweise ein. Die Reflexion verliert ihre Naivität, denn man beginnt mehr und mehr nach der Gültigkeit der logischen Formen unabhängig von ihrer spezifischen Gegenstandsbezogenheit zu fragen. D.h. es beginnt die Ablösung des Formalismus von seinem (metaphysischen) Objekt. In andern Worten: Es entwickelt sich langsam eine neue Reflexionsform, deren Thema nicht mehr das denktranszendente klassische Ansichsein, sondern gerade jenes Denken ist, das sich in der klassischen Tradition so naiv und selbstvergessen an sein Welt-Objekt gebunden hatte.

Als erstes Resultat dieser trans-klassischen Reflexion auf das "unmittelbare" klassische Reflektieren der Umwelt im Denken wurde festgestellt, dass die traditionelle Logik ihr eigenes Programm auch nicht annähernd erfüllt hatte. Man entdeckte, dass die herkömmliche Theorie des Denkens bisher nur als schmales Systemfragment entwickelt worden war. Und ein Teil aller diesbezüglichen Bemühungen bis zur Gegenwart hat darauf abgezielt, die fehlenden Teile dieser ersten Reflexion nachzuliefern. Darüber hinaus aber wurde eine ganz neue logische Problematik sichtbar, die sich unter Anderem in der Unterscheidung von Objekt- und Metasprache, in den Antinomien und den Entdeckungen Gödels widerspiegelt. Das Charakteristische der eben erwähnten Problematik ist, dass sie aus einer zweiten Reflexion auf das bisherige Denken entstanden ist.

Es ist von ganz außerordentlicher Wichtigkeit, sich diese epistemologische Situation deutlich vor Augen zu halten. Wir wollen sie deshalb kurz stichwortartig resümieren:

- a) das klassische Denken (erste Reflexion) thematisiert "Sein"
- b) das trans-klassische Denken (zweite Reflexion) thematisiert das Denken in a).

Damit aber taucht die heute in der symbolischen Logik praktisch überhaupt noch nicht ventilerte Frage auf: Benutzt ein Denken, dessen Thema nicht mehr "Sein" sondern das *Denken* des Seins ist, denselben Formalismus, der uns die klassischen Regeln der ersten Reflexion lieferte? Anders ausgedrückt: Iteriert sich unsere traditionelle Logik einfach, wenn wir statt bona fide Gegenstände zu denken, auf unser eigenes Denken reflektieren – oder aber impliziert eine solche Reflexion auf die Reflexion eine *andere* Logik?

Der transzendente Idealismus hat eine ganz unmissverständliche Antwort auf diese Frage gegeben. Er hat erklärt, dass die Reflexion auf unser theoretisches sich mit Welt-Gegenständen beschäftigendes Bewusstsein einer *anderen* Logik folgen müsse, als die jenes Bewusstsein selbst habe. In diesem Sinne unterscheidet Kant formale (aristotelische) und

transzendente Logik. Und auf die gleiche Weise trennt Hegel formale Abstraktionslogik von konkret-absolutem Denken.

Heute können wir deutlich sehen, dass der verhängnisvolle Fehler, der jede Entwicklung des idealistisch-transzendentalen Logikbegriffs von vornherein verhindert hat, die unberechtigte Identifizierung von formaler und klassisch-aristotelischer Logik gewesen ist. Wir wissen jetzt aus der aktuellen Praxis der mathematischen Logik-Kalküle, dass eine Reflexion auf die klassischen Reflexionsstrukturen genau so formal ist wie die traditionellen Denkformen, die sich mit dem irreflexiven Tatbestand der Objekt-Welt befassen. Insofern hat, wie gesagt, der transzendente Idealismus Unrecht gehabt. Aber auch die symbolische Logik hat sich einer beträchtlichen Unterlassungssünde schuldig gemacht, weil sie sich niemals in ihren Vertretern ernsthaft die Frage vorgelegt hat, ob jener Formalismus der zweiten Reflexion mit den abstrakten Bewusstseinsstrukturen des klassischen Denkens identisch sei. In der gesamten Entwicklung der mathematischen Logik seit Leibniz wird stillschweigend vorausgesetzt, dass wir uns genau derselben Logik bedienen, gleichgültig ob wir irreflexive Objekte oder den Reflexionsprozess, der sich mit jenen Objekten beschäftigt, denken. An diesem Glauben ist man auch dann nicht irre geworden, als die iterierte Reflexion auf die klassischen Reflexionsstrukturen sich in Antinomien, in eine endlose Iterativität des Widerspruchsprinzips und andere Schwierigkeiten verwickelte. —

Gegenüber diesem Gegensatz von transzendentaler und mathematisch-logischer Tradition stellen wir nun die folgenden Thesen auf:

- 1) Die Reflexion auf die klassische Reflexionssituation impliziert eine neue, transklassische Logik, die keine einfache Iteration des traditionellen, identitäts-theoretischen Denkens darstellt.
- 2) Die Reflexion auf die Reflexion ist in dem gleichen Sinne formal wie ihr "Objekt", die erste Reflexion.
- 3) Alle theoretischen Bewusstseins-(Reflexions)prozesse sind grundsätzlich zweiwertig.

Die Bedeutung der Thesen 1) und 2) geht aus unseren vorangehenden Ausführungen hervor. Der spezifische Sinn der These 3) wird durch die kommenden Analysen erhellt werden.

Wir beginnen mit Hegels Begriff der doppelten (oder zweiten) Reflexion. Sie ist die Reflexion-in-sich der Reflexion-in-sich und der Reflexion-in-Anderes. Diese "totale" Reflexion ist das System des reellen Selbstbewusstseins. Und insofern als sie jenes System darstellt, ist diese zweite Reflexion-in-sich "konkret".

Wir werden im folgenden unsere Analyse des Hegel'schen Begriffs der Reflexion ausschließlich auf formallogische Erörterungen beschränken. D.h. wir ignorieren die metaphysischen Implikationen, die in den Termini "reell" und "konkret" zum Ausdruck kommen. Diese substantiellen Implikationen widersprechen unserer These 2).

Der formale Begriff der Reflexion ist bereits in der Phänomenologie des Geistes voll ausgebildet, wo Hegel zwei prinzipielle Bewusstseins- resp. Reflexionsstufen unterscheidet. Die erste ist die "unmittelbare" Reflexion, in der sich ein naiv-unbefangenes Bewusstsein einer denk- und bewusstseinstranszendenten Außenwelt gegenüber sieht. Diese elementare und absolut grundlegende Bewusstseins-situation konstituiert sich in einer fundamentalen Dichotomie von Inhalt und Form, von Nicht-Ich und Ich, von Sein und Denken usw. Dieser kontingent-irreflexive Wirklichkeitszusammenhang nun spiegelt (reflektiert) sich in einem erlebenden und wissenden Subjekt in dem uns genügsam bekannten zweiwertigen Schema von Positivität und Negation, auf dem sich unsere klassisch-aristotelische Logik aufbaut.

Dabei vertritt der Wert der Positivität die Reflexionsmotive die durch die Kernworte "Inhalt", "Nicht-Ich", "Sein", "Kontingenz", "Irreflexion" u.a.m. vertreten werden. Der Gegenwert der Negation aber indiziert Erlebnismotive wie "Form", "Subjektivität", "Nichtsein", "Notwendigkeit" und "Reflexion".

Alles überhaupt mögliche Bewusstsein beruht auf diesem urphänomenalen Motivgegensatz des Reflexionsprozesses, in dem sich das Denken als reine Form von seinem Gehalt, dem Inbegriff alles Seienden, emphatisch absondert. Diese reflektierende Absonderung ist das, was Hegel die "reine Negativität" nennt und ihr theoretisches Abbild ist der schwebende Gegensatz von Thesis und Antithesis.

Was an dieser Betrachtungsweise für die moderne Logik besonders wesentlich ist, ist die Identifikation der naiven unmittelbaren, noch nicht auf sich selbst reflektierenden Bewusstseinslage mit dem Prinzip der Zweiwertigkeit. In anderen Worten: Die klassische zweiwertige Logik beschreibt die Struktur von Denkprozessen, die sich auf diesem Niveau einer direkten, nicht reflexiv "vermittelten" Reflexion abspielen. In Hegel'scher Terminologie: die traditionelle Logik mit der "unmittelbaren" Entgegensetzung von Positivität und Negation repräsentiert das System der "einfachen" Reflexion-in-sich und den "abstrakten" Gegensatz von Denken und Gedachtem.

Diese Bewusstseinslage ist aber nach Hegel nicht die einzige. In ihr ist sich die Reflexion nur ihrer Gegenstände, resp. Inhalte, bewusst; sie hat aber kein Bewusstsein ihrer selbst. Auf ihr baut sich jedoch eine zweite, "totale" Reflexionssituation auf, in der das theoretische Bewusstsein jener zweiwertigen Spanne zwischen Denken und Gegenstand inne wird. Der erste Paragraph der phänomenologischen Betrachtungen in der Philosophischen Propädeutik beschreibt dieses Verhältnis in einfachen und klaren Worten: "Unser gewöhnliches Wissen stellt sich nur den Gegenstand vor, den es weiß, nicht aber zugleich sich, nämlich das Wissen selbst. Das Ganze aber, was im Wissen vorhanden ist, ist nicht nur der Gegenstand, sondern auch Ich, der weiß und die Beziehung meiner und des Gegenstandes aufeinander, das Bewusstsein¹³]."

Die traditionelle abstrakte Alternativlogik, also das was wir heute die zweiwertige Logik nennen würden, definiert nach Hegel nur die rationale Struktur des "gewöhnlichen Wissens", das eben einen (irreflexiven) Gegenstand – und nichts weiter! – hat. D.h. sie ist die Logik des ersten Reflexionsniveaus, das nur einen irreflexiven Gegenstandsbereich besitzt. Was in dieser Logik aber überhaupt noch nicht auftritt, ist das Problem des Abstandes zwischen Reflexionsprozess und irreflexivem Objekt des Reflektierens. Also die Frage: Wie kann das Denken (von Gegenständen) sich selber denken? Diese Reflexion auf das Wissen von Gegenständen – also die Reflexion auf die Reflexion – ist nach Hegel erst das "ganze" Wissen, das nicht nur das Objekt, sondern auch die Reflexion des Objekts im Ich enthält. Eine Logik, die diese doppelt reflektierte Bewusstseinsituation darstellt, wäre nach spekulativ-idealistischer Auffassung "absolut". Eine solche Logik aber kann nach Meinung der Transzendentalphilosophen als formales, operables Kalkülsystem nicht mehr dargestellt werden. Darin sind sich Kant, Fichte, Hegel und Schelling durchaus einig, wenn sie auch die unterschiedlichsten Begründungen für diese Ansicht liefern.

Wir wissen heute, dass diese Auffassung nachweislich falsch ist, und wollen deshalb das Problem der Transzendentallogik unter der wohlbegründeten Voraussetzung weiterführen, dass sich das System des theoretischen Selbstbewusstseins, in dem das Ich auf seine eigene

¹³ Hegel (Glockner) WW. III, S.101.

Reflexionssituation gegenüber der Objektwelt reflektiert, als formaler Kalkül darstellen lässt. Dabei gehen wir von der folgenden Nominaldefinition aus: wir nennen eine Logik, die ausschließlich die Seinsstruktur von irreflexiven Objekten reflektiert, ein klassisches oder aristotelisches System des Denkens. Unter einer nicht-aristotelischen, trans-klassischen Logik aber wollen wir ein Reflexionssystem verstehen, in dem nicht auf einen irreflexiven Gegenstandsbereich, sondern auf jenen ersten Reflexionsprozess reflektiert wird, der ausschließlich Irreflexivität zum Gegenstand hat.

Daraus folgt zweierlei: erstens, eine aristotelische Logik beschreibt eine theoretische Bewusstseinslage, für die es erlebnistranszendente Gegenstände "gibt"; zweitens: jeder überhaupt mögliche Denkinhalt ist für das Bewusstseinsniveau, das durch eine nicht-aristotelische Logik beschrieben wird, immanent. Für die Reflexion auf die Reflexion gibt es kein absolut objektives Sein mehr, das unabhängig vom Denken beschreibbar ist. Sein ist von jetzt ab nur noch operables Reflexionsmotiv *innerhalb* des Systembereiches der doppelten Reflexion.

Damit aber ändert sich sofort der Charakter des logischen Wertes. Im aristotelischen System, für das es bewusstseinstranszendente Dinge gibt, wird der irreflexiv-positive Wert semantisch als "wahr" interpretiert. Denn die Reflexion (die Negativität) ist hier ja nichts weiter als ein sekundäres Abbild, eine *bloße* Spiegelung eines platonisch Ansichseienden. Als bloße Spiegelung (Reflexion) aber ist sie "falsch", insofern sie etwas vortäuscht, was sie nicht ist. Sie ist *μη ὄν*, wie es im platonischen Sophistes heißt, und sie ist transzendentaler Schein, wie Kant in der Kritik der reinen Vernunft bemerkt. Das reflexive Abstandnehmen von der Positivität des Seins (des Wahren) wird hier als "falsch" interpretiert, weil es ja gerade der Sinn des klassischen Denkens ist, sich *nicht* auf sich selbst, sondern sich auf "das Andere" zu richten und sich ihm anzugleichen. Soweit die Reflexion also Reflexion bleibt und dieses Ziel verfehlt, ist sie deshalb falsch. Sie hat ihre eigene Thematik verloren. Aus diesem Grunde wird also in der klassischen zweiwertigen Logik Irreflexivität und Positivität mit Wahrheit, aber Reflexion und Negativität mit Falschheit identifiziert. Das Subjekt, als der Ursprung der Reflexivität, ist nach alter Tradition die Quelle alles Irrtums.

Diese Situation ändert sich, wie bereits bemerkt, ganz radikal, wenn wir von der klassischen Seins- und Irreflexivitätsthematik zu der trans-klassischen Thematik einer Reflexion auf das Denken selbst übergehen. Es hat jetzt gar keinen Sinn mehr einen logischen Wert als falsch zu bezeichnen, weil er ein Verfehlen der logischen Thematik anzeigt. Das war nur auf klassischem Boden möglich, weil dort das Thema des Denkens das "absolut Andere" war. Unter diesen Umständen war eine Reflexion, die nicht jenen Charakter des Anderen abbildete, eben thematisch verfehlt. Im Gegensatz dazu ist es die Aufgabe einer nicht-aristotelischen Reflexion auf den Reflexionsprozess, jetzt jenes klassische Abbildungsverhältnis von "objektivem" Sein *und* "subjektivem" Denken darzustellen. In einer solchen Logik sind also sowohl Irreflexivität wie auch Reflexion legitime Ziele und Themen des theoretischen Begreifens. Das Denken kann also jetzt keinesfalls seine thematische Absicht verfehlen, gleichgültig ob es sich als Irreflexivität oder als Reflexion abbildet. D.h. in einer solchen Logik wird der Begriff der Falschheit sinnlos. Das hat Hegel zum ersten Mal mit äußerster logischer Konsequenz begriffen, wenn er feststellt, dass die Reflexion-in-sich der Reflexion-in-sich-und-Anderes es nur mit dem Wahren zu tun habe. Der Begriff des Falschen existiert in einer Logik der zweiten Reflexion nicht mehr.

Soweit eine solche Logik aber formal und operabel ist, hat sie auch Werte. Die wichtige Frage aber ist, was diese Werte semantisch bedeuten mögen! Denn da der Begriff des Falschen jetzt hinfällig geworden ist, hat es auch keinen Sinn mehr, einen der Werte als

"wahr" zu bezeichnen. Die nicht-aristotelische Logik kann offenbar überhaupt keine "wahr-falsch" Logik mehr sein.

Diese Überlegung zwingt uns erst einmal festzustellen, was logische Werte in der iterierten Reflexion auf unsere Reflexionsprozesse designieren müssen. Eine Antwort darauf ergibt sich ganz zwangsläufig aus der Thematik der doppelten Reflexion. Das "Objekt" dieser neuen Logik ist, wie wir nun ausführlich genug dargestellt haben, das theoretische Bewusstsein selbst. In dem letzteren aber unterscheiden wir Denken und Gedachtes. Die Differenz zwischen diesen theoretischen Erlebniskomponenten ist durch die voraufgehende klassische Logik etabliert und jetzt als definitiver Tatbestand gegeben. Auf ihr beruht der für alles Denken maßgebliche Unterschied von logischer Form und logischem Inhalt. Die klassische Logik aber ist nicht in der Lage, die von ihr selbst konstituierte Unterscheidung zu verstehen und theoretisch zu formulieren. Was logische Form ist und was nicht, das kann auf dem Boden des traditionellen aristotelischen Formalismus mit seiner ausschließlichen thematischen Orientierung an dem inhaltlichen Charakter des Seins nicht entschieden werden.

Der klassische Formalismus ist deshalb unfähig die Frage zu beantworten, welcher absolute allgemeine Wahrheitsbegriff etwa die folgenden Formeln umfasst:

$$\begin{array}{lll}
 (x)f(x) & \equiv & \sim(Ex)f(x) & (1,1) \\
 (x)f(x) & \equiv & (Ex)f(x) & (2,1) \\
 \sim(x)f(x) & \equiv & \sim(Ex) f(x) & (2,2) \\
 (x)\sim f(x) & \equiv & (Ex) \sim f(x) & (2,3) \\
 (x)(y)[f(x) \supset f(y)] & & & (2,4) \\
 (Ex)(Ey)[f(x) \wedge \sim f(y)] & & & (3,1) \\
 (x)(Ey)f(x,y) \wedge (x)\sim f(x,x) \wedge (x)(y)(z)[f(x,y) \wedge f(y,z) \supset f(x,z)] & & & (4,1)
 \end{array}$$

Alle diese Ausdrücke haben einen Bereich, in dem sie "wahr" sind. Die Formel (1,1) gilt für alle Universen, die kein Individuum enthalten. Die Formelgruppe (2,1) bis (2,4) betrifft alle Universen mit einem einzigen Individuum. (3,1) hingegen fordert eine endliche Mehrzahl von Objekten. Und (4,1) schließlich kann nur durch eine (abzählbare) unendliche Menge von Individuen erfüllt werden.

Insofern aber, als alle diese Formeln in dem einen oder andern Sinne Geltung haben, beginnt sich hier der ursprünglich einheitliche klassische Wahrheitsbegriff zu differenzieren. In der älteren Tradition war Wahrheit die unmittelbare Übereinstimmung des Denkens mit dem Sein¹⁴. Jetzt aber müssen wir uns fragen, welches Denken soll mit dem Sein übereinstimmen? Das unmittelbare Denken, also die erste Reflexion? Oder das Denken des Denkens, d.h. die zweite Reflexion?

Anders formuliert (wobei bemerkt werden muss, dass sich die Formulierungen nicht genau decken): meint die klassische These das aussagenlogische Denken, das durch das axiomatische System definiert wird?

$$\begin{array}{l}
 p \vee p \supset p \\
 p \supset p \vee q \\
 p \vee q \supset q \vee p \\
 (p \supset q) \supset (r \vee p \supset r \vee q)
 \end{array}$$

¹⁴ Dieser Wahrheitsbegriff dürfte durch die scharfsinnigen Analysen Alfred Tarskis endgültig erledigt sein. Vgl. A. Tarski, *Der Wahrheitsbegriff in den formulierten Sprachen*. Studia Philosophica, Leopoldi 1935; 1, S. 261-405.

Oder bezieht sie sich auch auf jenes Denken, für das der Existenzialoperator $(E...)f(...)$, resp. der All-Operator $(...)f(...)$ unerlässlich sind? Stellen wir unsere Frage so, dann zeigt es sich, dass in den Formeln (1,₁) bis (4,₁) zwei Formen des Denkens involviert sind, denn soweit es sich um endliche Individuenbereiche handelt, können Existenz- und All-Operator entbehrt werden. Unentbehrlich sind sie jedoch, sobald Universen mit echtem Kontingenzgehalt, d.h. mit unendlichen Individuenbereichen zur Diskussion stehen. Unter diesem Gesichtspunkt können wir feststellen, dass sich (unbeschadet feinerer Distinktionen) in der Formelgruppe (1,₁) bis (4,₁) zwei unterschiedliche Formen von Reflexion manifestieren. Erstens eine Reflexionsweise, die die Ausdrücke (1,₁) bis (3,₁) umfasst, und zweitens eine weitere, die für (4,₁) zuständig ist.

Da aber der allgemeine, mit dem Existenzbegriff arbeitende Funktionenkalkül, das obige aussagenlogisch-axiomatische System als Subsystem impliziert, ist die sich in (4,₁) manifestierende Reflexion zweistufig^[15]. Sie besteht erstens aus einer Reflexion, die sich irreflexiv darstellen lässt. Und zweitens aus einer zusätzlichen Reflexionskomponente, für die diese Bedingung nicht mehr gilt. Das Kriterium für das, was irreflexiv darstellbar ist, ist dabei die Gültigkeit des Tertium non datur. Der Drittsatz gilt für das Axiomensystem des Aussagenkalküls und er gilt auch noch für eine Formel wie (3,₁). In einer Reflexion aber, die durch das Beispiel (4,₁) vertreten wird, ist der eventuelle Geltungsbereich des Tertium non datur problematisch.

Die Gründe dafür liegen in der funktionalen (semantischen) Doppeldeutigkeit des All- und des Existenzoperators. Interpretiert man Allheit resp. Existenz gegenständlich endlich, so indizieren unsere Operatoren eine unmittelbar sich auf ein irreflexives Objekt richtende Reflexion und nichts weiter! Interpretiert man aber Allheit als unendlichen Bereich, und Existenz nicht nur als das Dasein des logischen Inhalts sondern darüber hinaus als Existenz des Reflexionsprozesses, dann repräsentieren die Operatoren des Funktionenkalküls eine doppelte Reflexion, nämlich einmal auf das Objekt und zweitens auf die erste Reflexion, die dieses Objekt hat.

Die Schwierigkeit, in die die moderne Logik mit dem Satz von ausgeschlossenen Dritten geraten ist, deutet nun ganz unmissverständlich an, dass es außerordentlich schwer ist, in der Reflexion auf unsere seinsthematische Reflexion festzustellen, welche Motive unseres Denkens irreflexiv und welche reflexiv sind. Überdies kann in einer zweiwertigen Logik die Frage nach jenem Unterschied überhaupt nicht sinnvoll gestellt werden, weil ein solches System des radikal seinsthematischen Reflektierens keinen logischen Wertunterschied zwischen der im Funktionenkalkül auftretenden Differenz von Individuen- und Prädikatenbereichen feststellen kann. Für beide muss deshalb derselbe logische Objektbegriff verwandt werden – was zu der unsinnigen Konsequenz führt, dass ein Felsklotz und ein Reflexionsprozess in dieser Logik dem gleichen Begriff von Existenz unterliegen. —

Dies ist die kritische Stelle, an der der Themenbereich einer nicht-aristotelischen Logik beginnt. Dieselbe unterscheidet, indem sie das Denken als Reflexionsprozess, der zwischen "Welt" und "Ich" spielt, noch einmal denkt, zwischen Gedachtem und Denken, zwischen Reflektiertem und Reflexion, also letzten Endes zwischen Irreflexivität als Inhalt und abbildendem Prozess als wiederholender Form.

¹⁵ Wir wollen in diesen Betrachtungen, um die Sachlage nicht unnötig zu komplizieren, davon absehen, dass die individuelle Formel (4,₁) keinesfalls für den ganzen Bereich der zweistufigen Reflexion repräsentativ sein kann, da sie nur das abzählbar Unendliche und nicht überabzählbare Bereiche betrifft. Sie stellt sozusagen nur die untere Grenze dar, an der die nicht-aristotelische Problematik beginnt.

Thema einer nicht-aristotelischen Logik ist also die prinzipielle Doppeldeutigkeit des logischen Objekts. Das eindeutige Objekt des klassischen Denkens war durch den einen Wert

irreflexiv-positiv \equiv wahr

vertreten. Das doppelsinnige Objekt des trans-klassischen Denkens hat jetzt notwendig zwei Werte. Es ist entweder bloßer Inhalt der Reflexion. Dann ist es

positiv \equiv irreflexiv

oder es ist abbildender Prozess. Dann ist es

negativ \equiv einfach reflexiv.

In anderen Worten: Das trans-klassische Denken ist sich bewusst, dass der Unterschied von "Objekt" und "gedachtem Objekt" selbst logisch relevant ist. Deshalb erhalten wir anstelle des "absoluten" klassischen Objekt-Wertes jetzt die zwei nicht-aristotelischen Werte "irreflexiv" und "reflexiv", denn das logisch-anonyme Objekt-überhaupt, kann entweder als nicht reflexionsfähiger Sachverhalt (Es) oder als reflektierendes Erlebnis (Sinn) interpretiert und logisch thematisiert werden. Da aber unser Denken (die zweite Reflexion), das auf diesen Unterschied reflektiert, von dem gedachten Denken unterschieden werden muss, benötigen wir einen dritten Wert, der die als Objekt auftretende klassische Reflexion von dem trans-klassischen Reflexionsprozess unterscheidet. Diesen dritten Wert nennen wir

trans-klassisch negativ \equiv doppelt reflexiv.

Die damit erreichte Dreiheit der logischen Werte bedingt einen dreiwertigen oder (wie wir später sehen werden) einen generell n-wertigen Kalkül. Für diese Kalküle hat bisher keine philosophische Interpretation existiert. Der zweite Teil dieser Betrachtung wird sich bemühen eine solche zu liefern, wobei der folgende Gesichtspunkt maßgeblich sein soll: das Modell der mehrwertigen Kalküle wird durch eine Abbildung der Reflexionsstruktur des theoretischen Bewusstseins geliefert.

II. Theorie der Mehrwertigkeit

Die Reflexionsstruktur des theoretischen Bewusstseins, die die mehrwertigen Kalküle abbilden, lässt sich in analoger Weise darstellen wie die Wahrheitsstruktur der zweiwertigen Logik. Wir wollen deshalb in unserem Aufbau der doppelten Reflexion- in-sich von dem formalisierten Wahrheitssystem der klassischen Tradition ausgehen.

Das Prinzip der Zweiwertigkeit wird für die einfache Reflexion durch die Negationstafel

p	~p	(I)
P	N	
N	P	

definiert. Dabei sollen "p", und das später eingeführte, "q" unanalysierte Bewusstseinsdaten sein. Von ihrer möglichen Interpretation als Aussagen, Klassen usw. sehen wir in dieser Betrachtungsweise ab. Das Zeichen "~..." soll als die Negation der ersten Reflexion gelten. Vermittels derselben distanziert sich der Reflexionsprozess von seinem Gegenstand.

Aus Tafel (I) lernen wir nun, dass die Negation ein einfaches und direktes Umtauschverhältnis zweier Werte darstellt; so etwa wie "rechts" und "links" ein Umtauschverhältnis möglicher Beobachtungsstandpunkte etablieren.

Da wir es in unserem Universum aber mit mehr als einem logischen Individuum "p" zu tun haben, müssen wir zwecks Entwicklung der logischen Grundfunktionen, die in einem solchen Bereich gelten, noch ein zweites Individuum "q" einführen. Denn, wenn "p" der Träger der Positivität ist, so brauchen wir noch einen zweiten unabhängigen Träger für die Negativität. Auf diese Weise ergeben sich für "p" und "q" 4² kombinatorisch mögliche Verbindungen. Von diesen 16 herstellbaren Wertfolgen scheiden aber die folgenden 8 als selbständige Motive aus:

P P P P	als tautologische Positivität
P P N P	als Umkehrung der Implikation
N N P N	als Negation der Umkehrung der Implikation
P P N N	als Wiederholung von "p"
N N P P	als Negation von "p"
P N P N	als Wiederholung von "q"
N P N P	als Negation von "q"
N N N N	als tautologische Negativität.

Bleiben 8 weitere Wertfolgen, die sich in die beiden Tafeln (II) und (III) einordnen lassen:

p	q	p ∧ q	p ∨ q	p ⊃ q	p ≡ q	(II)
P	P	P	P	P	P	
P	N	N	P	N	N	
N	P	N	P	P	N	
N	N	N	N	P	P	

und

p	q	p q	p ↓ q	p ⊂ q	p q	(III)
P	P	N	N	N	N	
P	N	P	N	P	P	
N	P	P	N	N	P	
N	N	P	P	N	N	

Die Tafel (II) produziert die theoretischen Motive "und", "oder", "impliziert" und "ist äquivalent". Die untere Tafel ist, wie man sieht, nichts weiter als die Negation der Wahrheitsfunktionen von Konjunktion, Disjunktion usw. Charakteristisch und wesentlich für eine Theorie der Reflexion ist, dass diese einfache Negierung in den Wertfolgen der Tafel (III) sofort semantisch selbständige Bewusstseinsmotive produziert.

Denn "p | q" kann gelesen werden: "p" ist unvereinbar mit "q"

"p ↓ q" kann gelesen werden: weder "p" noch "q"

"p ⊂ q" kann gelesen werden: "p" determiniert "q" ("das eine ohne das andere")

"p || q" kann gelesen werden: "p" alterniert mit "q".

Es bestehen auch andere Unterschiede zwischen (II) und (III). Die Tafel (II) ist nämlich nur im Zusammenhang mit Tafel (I) operabel. Für (III) aber besteht diese Abhängigkeit nicht, da " \sim p" sowohl durch "p | p" als durch "p ↓ p" ausgedrückt werden kann.

Darüber hinaus muss noch auf eine weitere unendlich wichtige Eigenschaft der traditionellen acht Wahrheitsfunktionen aufmerksam gemacht werden. Die Identifizierung der einzelnen Wertfolgen mit bestimmten logischen Bewusstseinsmotiven wie "und", "oder" usw. beruht auf einem Umtauschverhältnis und ist in diesem Sinne willkürlich! Wir sind durch unsere praktische Erfahrung so daran gewöhnt, das Konjunktionsmotiv mit der Wertfolge "P N N N" zu identifizieren, dass uns gar nicht der Gedanke kommt, dass diese Identifikation auf einer Zuordnungsdefinition beruht. Wir haben nämlich bei der Aufstellung der Tafeln (II) und (III) stillschweigend vorausgesetzt, dass "P" der designierende Wert sein soll. Alle acht von uns aufgestellten Wertfolgen gehören ursprünglich zu einem uninterpretierten Kalkül und die Bedeutung, die wir Zeichen wie "... ∧...", "... ∨..." oder "...|..." usw. geben, stellt bereits eine semantische Interpretation dieser an sich bedeutungsindifferenten Wertgruppen dar. Diese Interpretationen aber gelten nur unter der Voraussetzung, dass "P" designierender Wert ist, d.h. dass wir entschieden haben, den zweiwertigen Kalkül im Sinne einer irreflexiven Seinsthematik zu interpretieren. Die Gründe dafür sind offensichtlich und indisputabel. Wenn wir unsere Logik auf objektive Welt- resp. Seinsverhältnisse anwenden, liefert nur diejenige Interpretation sinnvoll denkbare Resultate, in der "und" eben mit der Wertfolge "P N N N" identifiziert wird. Denn letztere ist die Seinsbedeutung von "und". In diesem Sinne liefert der Kalkül uns die ontologische Struktur der Außenwelt der reflektierten, aber nicht selbst reflektierenden, Objekte.

Was man aber leicht vergisst, ist, *dass derselbe Kalkül den Reflexionsprozess im denkenden Subjekt darstellt* und auch in diesem Sinne gedeutet werden kann. War also im Falle der traditionellen Interpretation das Reflexionsobjekt unser logisches Thema, so soll es jetzt der subjektive Reflexionsprozess selber sein. Objekt und Subjekt aber verhalten sich – auf klassischem Boden! – zueinander wie Positivität und Negation, denn Sein und Denken stellen im Absoluten ein einfaches Umtauschverhältnis dar.

Haben wir also zum Zweck einer seinsthematischen Interpretation des Kalküls bestimmt, dass der designierende Wert "P" sein soll, so stipulieren wir jetzt, zwecks einer reflexionsthematischen Deutung unserer Kalkülstruktur, dass "N" als designierender Wert bestimmt ist. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich eine völlig andere Zuordnung unserer logischen Motive zu den einzelnen Wertfolgen! Die Tafeln (IIa) und (IIIa) geben das Bild dieser inversen Verteilung:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \supset q$	$p \equiv q$	
P	P	N	N	P	P	(IIa)
P	N	N	P	P	N	
N	P	N	P	N	N	
N	N	P	P	P	P	

p	q	$p \uparrow q$	$p \downarrow q$	$p \subset q$	$p \parallel q$	
P	P	P	P	N	N	(IIIa)
P	N	P	N	N	P	
N	P	P	N	P	P	
N	N	N	N	N	N	

Wir wollen die semantische Bedeutung der Tafeln (IIa) und (IIIa) an dem Beispiel der "reflexiven" Konjunktion " $p \wedge q$ " erörtern. Die irreflexive Konjunktion fand statt, wenn "p" und "q" beide den Wert "P" hatten, d.h., wenn sie als irreflexive Objekte, resp. als bloße Denkinhalte gedeutet wurden. Der Reflexionsprozess aber ist nur dann konjunktiv, wenn beide Konjunktionsglieder reflexiv sind, also den Wert "N" haben. Nur in diesem Falle "ist" die Reflexion selber eine Konjunktion.

In genau dem gleichen Sinne sind die übrigen Wertfolgen zu verstehen. Die Tafeln (IIa) und (IIIa) liefern ein inverses (einfach reflexives) Abbild der originalen Seinsthematik. Dementsprechend geht die Eigenschaft der Tafel (III) unabhängig von der Negationstafel (I) zu sein, jetzt auf (IIa) über, da sich in unserem Reflexionssystem " $\sim p$ " jetzt "konjunktiv" durch " $p \wedge p$ " oder disjunktiv durch " $p \vee p$ " vertreten lässt. Weiterhin ist zu bemerken, dass die in dem seinsthematischen System semantisch "überflüssige" Wertfolge "P P N P" jetzt in ihre Rechte tritt. Sie sagt nämlich in dem reflexionsthematischen System, dass die Positivität die Negation impliziert und nicht umgekehrt! Damit aber scheidet "P N P P" als selbständiges logisches Motiv aus, denn diese Wertfolge wiederholt nur dasselbe in der umgekehrten Ordnung von "q" nach "p". —

In dem hier flüchtig skizzierten Sinne lässt sich die abbildende Reflexionsstruktur des Bewusstseins bereits in der klassischen Logik nachweisen. Hegelisch gesprochen: der zweiwertige Kalkül kann vermittels (II) und (III) als Reflexion-in-Anderes und vermittels (IIa) und (IIIa) als einfache Reflexion-in-sich interpretiert werden.

Wer aber nun glaubt, dass diese Theorie der Reflexion sich auf klassischem Boden wirklich darstellen lässt, begeht genau denselben Irrtum, den Hegel mit seiner unendlichen Iterierung der zweiwertigen Situation von Thesis und Antithesis in der Systematik der Dialektik sich hat zu Schulden kommen lassen. Die Tafeln (II), (III), (IIa) und (IIIa) liefern nur eine Pseudo-Systematik der Reflexion, denn was Reflexion-in-sich wirklich ist, lässt sich nicht zweiwertig darstellen! Und eine bloße Iterierung des zweiwertigen Systems auf einer angeblich "höheren" Ebene (modern: in einer Metasprache) hilft da auch nichts.

Die rationalen Strukturen, die auf der Basis der Tafel (I) und einer der ersten drei Funktionen von (II) möglich sind, lassen sich durch das bekannte Axiomensystem

$$\begin{aligned}
 & p \vee p \supset p \\
 & p \supset p \vee q \\
 & p \vee q \supset q \vee p \\
 & (p \supset q) \supset (r \vee p \supset r \vee q)
 \end{aligned}$$

beschreiben. Diese vier Sätze definieren also die in den klassischen Wahrheitsfunktionen implizierte Seinsthematik des Denkens. Sie konstatieren in der üblichen Interpretation von "p" und "q" die Beziehungen, die Aussagen als irreflexive Objekte (Sätze an sich) mit einander haben können.

Das korrespondierende Axiomensystem für die Reflexionsthematik des zweiwertigen Denkens würde folgende Gestalt haben:

$$\begin{aligned} p \downarrow' p \subset' p \\ p \subset' p \downarrow' q \\ p \downarrow' q \subset' q \downarrow' p \\ (p \subset' q) \subset' (r \downarrow' p \subset' r \downarrow' q) \end{aligned}$$

Dieses Axiomensystem, obgleich es eine genaue Abbildung des Whitehead-Russell-Bernayschen Systems ist (unter der Voraussetzung, dass "N" der designierende Wert sein soll und dass der positive Wert sich selbst und den negativen impliziert), ist ganz und gar ungeeignet, die wirkliche Struktur des Reflexionsprozesses wiederzugeben. Es liefert nämlich genau dieselben Strukturen, die wir aus der klassischen Tradition der Seinsthematik längst kennen. Seine Pseudo-Existenz demonstriert nun Folgendes: das zweiwertige System enthält Reflexivität (ein Abbild seiner selbst). Aber diese Reflexivität lässt sich im klassischen System als Reflexivität nicht darstellen. Die zweiwertige Logik liefert nur gegenständliche Seinsthematik.

Unser bisheriger Weg hat uns also in eine Sackgasse hineingeführt, aber wir sind ihn bewusst gegangen. Denn es war auf diese Weise möglich, zwei Einsichten zu demonstrieren. Erstens, dass sogar das extreme selbst-vergessene, sich ganz an das äußere Objekt verlierende Denken eine Reflexionsstruktur in sich enthält, die aber infolge der besonderen Eigenschaften des zweiwertig-identitätstheoretischen Denkens nirgends thematisch werden kann. Sie ist ganz a-thematisch in der irreflexiven Struktur des Themas "Sein" verborgen. Das "reflexive" Axiomensystem der Tafeln (IIa) und (IIIa) zeigt ganz deutlich, dass es auf diese Weise nicht möglich ist, die wesentliche Eigenschaft der Reflexion-in-sich, nämlich "doppelt" zu sein und nicht nur den Gegenstand, sondern auch sich selbst (im Gegensatz zu dem ersteren) zu reflektieren, auf dem Boden der klassischen Logik selbst darzustellen. Der Grund dafür ist darin zu suchen, dass Positivität und Reflexion in einem zweiwertigen System ein einfaches Umtauschverhältnis darstellen. Aber in einem solchen wird durch Vertauschung der Werte nichts Neues gewonnen. Die ursprüngliche Symmetrierelation zwischen Positivität und Negation, die für die klassische Logik charakteristisch ist und die ein Kennzeichen der Irreflexivität ist, bleibt auch in diesem scheinbaren Themenwechsel erhalten. Das kommt übrigens in den Tafeln selbst zum Ausdruck. Denn beim Übergang von (II) und (III) zu (IIa) und (IIIa) bleiben die Wertfolgen von " $p \equiv q$ " und " $p||q$ " als einzige völlig unverändert erhalten. Diese Symmetriebeziehung von Positivität und Negation, resp. ihre semantische Vertauschbarkeit, aber macht es ganz unmöglich, dass sich die Reflexion in dem zweiwertig-aristotelischen System jemals von sich selbst distanzieren kann. Jene Reflexion auf die Reflexion-in-sich-und-Anderes ist erst dann darstellbar, wenn wir einen dritten Wert auf der Seite der Reflexion einführen. Ohne einen solchen Schritt ist der semantische Gegensatz der beiden Axiomensysteme nicht explizierbar. Auf zweierlei Basis lässt sich dieser Gegensatz durch die Umkehrung des Implikationswertes von "P" und "N" darstellen. D. h. für (II) und (III) gilt:

$$N \supset P$$

und für (IIa) und (IIIa) gilt: $P \supset N$.

Die Einführung des dritten Wertes aber erlaubt eine "Verschiebung" der beiden Systeme gegeneinander. Wenn wir nämlich jetzt für Positivität den Wert "I" (für irreflexiv), für einfache Reflexion "R" und "D" für doppelte Reflexivität einführen, dann erscheint das klassische System im dreiwertigen Kalkül als die implikative Beziehung

$$R \supset I$$

und einfache Reflexion-in-sich als

$$D \supset R.$$

Damit aber stehen das System der irreflexiven Seinshematik und das der direkten Reflexion-in-sich nicht mehr im Umtauschverhältnis mit einander.

Eine solche dreiwertige Systematik erfordert eine ebenfalls dreiwertige Negationstafel, die die folgende – alle voll-reflexive Möglichkeiten erschöpfende – Gestalt haben muss:

p	~p	~'p	~ ~'p	~' ~p	$\begin{matrix} \sim \sim' \sim p \\ \sim' \sim \sim' p \end{matrix}$	
I	R	I	R	D	D	
R	I	D	D	I	R	
D	D	R	I	R	I	(IV)

Wie man sieht, haben wir neben dem klassischen Negationszeichen "~...", das die Werte "I" und "R" operiert, noch eine trans-klassische Negation "~'..." eingeführt, die ein Umtauschverhältnis zwischen den beiden reflexiven Werten "R" und "D" herstellt. Wir können jetzt unseren Begriff der Negativen etwas genauer präzisieren. Weiter oben stellten wir fest, dass eine Negation eine Umtauschrelation zwischen zwei Werten darstellt. Eine solche Definition ist ausreichend im Falle der zweiwertigen Logik. Sie genügt jetzt aber nicht mehr. Wir erweitern sie daher, indem wir jetzt stipulieren: Eine Negation ist ein Umtauschverhältnis zwischen zwei *benachbarten* Werten. Ohne diese nähere Präzisierung wäre es nämlich möglich, einen hypothetischen Negationsoperator einzuführen, der eine direkte Umtauschrelation zwischen "I" und "D" herstellen würde. Das würde uns aber in erhebliche semantische Schwierigkeiten verwickeln, wenn wir den dreiwertigen Kalkül als System des Bewusstseins zu interpretieren versuchten. Ein Negationsvorgang ist ein Reflexionsprozess, was niemand ernsthaft bestreiten kann. Führen wir aber die mögliche, gegenseitige Vertauschung von "I" und "D" als *elementare* Negation ein, so besäßen wir einen sehr merkwürdigen Erlebnisprozess. Denn an demselben wäre der objektive Reflexionsvorgang, der in unserem Kalkül durch "R" bezeichnet ist, gar nicht beteiligt. Eine zweite semantische Schwierigkeit entstünde dadurch, dass das Umtauschverhältnis von "I" und "D" ein Bewusstsein indizierte, das keinen *unmittelbaren* Gegenstand besäße, in dem also keine absolute Scheidung zwischen "Ich" und "Es" stattfände. Ein solches Bewusstsein wäre nicht mit sich selbst identisch. D.h., in ihm könnte jener fundamentale Negationsvorgang, in dem das erlebende Subjekt sich von allen seinen Inhalten distanziert und sagt:

"Das bin ich *nicht*", niemals zustande kommen. In anderen Worten: Das Umtauschverhältnis "I \longleftrightarrow D" stellt keinen *subjektiv* erlebbaren und als Innerlichkeit *verstehbaren* Ich-Welt Prozess dar.

Die anderen beiden Wertfolgen rechts vom Doppelstrich in Tafel (IV) kommen als elementare Negationsbeziehungen erst recht nicht in Frage, insofern als in ihnen die Werte "rotieren". Sie stellen also noch weniger urphänomenale Bewusstseinsituationen dar, in denen ein unmittelbares Verhältnis von Reflexion und Reflexionsgegenstand etabliert wird. Die Wertfolgen "R D I", "D I R" und "D R I" stellen also relativ zu "p" vermittelte

Negationsrelationen dar. D.h., ein echtes Negationsverhältnis ist hier durch ein anderes "vermittelt". Im letzten Fall der Tafel (IV) ist die Vermittlung sogar doppelt.

Es ist ohne weiteres ersichtlich, dass ein sich auf die Tafel (IV) stützendes Denken nicht mehr einfaches identitätstheoretisches Denken im Sinne unserer klassischen Tradition ist. Die platonisch-aristotelische Metaphysik, die unsere Begriffsbildung bis zur Gegenwart beherrscht hat, setzt ein genaues Äquivalenzverhältnis zwischen Sein und Begriff, zwischen Reflexionsgegenstand und Reflexionsprozess voraus. Aber nur unter der Voraussetzung, dass Positivität (als Repräsentation des Seins) und Negativität (als Abbild des Bewusstseins), ein sich selbst erschöpfendes Umtauschverhältnis darstellten, war diese metaphysische Identität von Sein und Denken postulierbar. D.h., es konnte nicht gestattet werden, dass bei der Abbildung des Denkens auf das Sein ein *Reflexionsrest* zurückblieb, der in jenem Abbildungsprozess nicht aufging. Anders formuliert: es wurde stillschweigend vorausgesetzt, dass an der Umtauschrelation von Positivität und Negation, wie sie die Tafel (I) darstellt, die *ganze* Negationsfähigkeit des reflektierenden Bewusstseins beteiligt sei.

Diese Annahme aber hat sich inzwischen, und zwar durch die Forschungsarbeit der mathematischen Logik, als unhaltbar herausgestellt. Wäre nämlich die identitätstheoretische Grundvoraussetzung der platonisch-aristotelischen Tradition unbeschränkt richtig, so müsste der Satz vom ausgeschlossenen Dritten auch dort unbegrenzt gelten, wo in den modernen Analysen der symbolischen Logik auf das zweiwertige Denken selbst, seine absolute Widerspruchsfreiheit, seine Vollständigkeit oder seine Entscheidbarkeit reflektiert wird. Das aber ist gerade nicht der Fall. Damit ist aber gesagt, dass in einer zweiten Reflexion, die sich das klassische zweiwertige Denken selbst zum Gegenstand macht, das einfache, durch das Tertium non datur verbürgte, Umtauschverhältnis von "P" und "N" nicht mehr existiert. Es besteht also ein Reflexionsüberschuss, der in der klassischen Gleichung nicht aufgeht! Dieser Überschuss an Reflexionsfähigkeit unseres theoretischen Bewusstseins etabliert ein neues Umtauschverhältnis, nämlich zwischen gedachter Reflexion und zweitem Reflexionsprozess.

Damit haben wir jetzt *zwei* Umtauschverhältnisse, die einen Wert gemeinsam haben. Erstens die klassische Umtauschrelation¹⁶.

$$P \longleftrightarrow N \quad \text{jetzt} \quad I \longleftrightarrow R$$

und zweitens eine nicht-aristotelische zwischen klassischem "N" und einer zweiten Negation "N' "

$$N \longleftrightarrow N' \quad \text{jetzt} \quad R \longleftrightarrow D$$

Dass "N" und "N' " in einem dreiwertigen System verschiedene Negationen darstellen, geht daraus hervor, dass zwar

$$p \equiv \sim \sim p \tag{1}$$

$$p \equiv \sim' \sim' p \tag{2}$$

gelten, dass aber der Ausdruck

$$p \equiv \sim \sim' p \tag{3}$$

falsch ist. Das Gleiche gilt für

$$p \equiv \sim' \sim p \tag{4}$$

¹⁶ Als Zeichen eines Umtauschverhältnisses zwischen zwei Werten (gleichgültig ob benachbart oder nicht) benutzen wir "... \longleftrightarrow ...".

Wollen wir "p" vermittels beider Negationen ausdrücken, so benötigen wir dafür die etwas umständliche Ausdrucksweise

$$p = \sim \sim' \sim' \sim p \tag{5}$$

oder die inverse Form

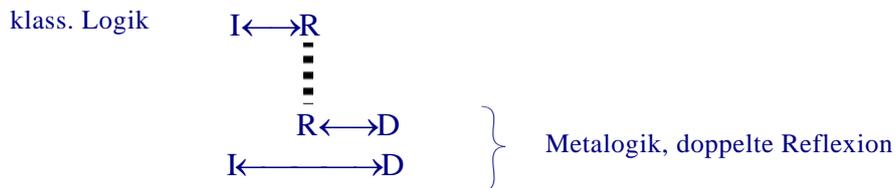
$$p \equiv \sim' \sim \sim \sim' p \tag{6}$$

Die etwas undurchsichtige Lage der heutigen Grundlagenforschung beruht im Wesentlichen darauf, dass die an und für sich richtige Einsicht, dass wir auch bei der Reflexion *auf* die zweiwertige Logik wieder ein zweiwertiges Bewusstsein gebrauchen, dadurch getrübt wird, dass man die beiden zweiwertigen Reflexionssituationen für identisch hält.

Sie sind es nicht! Aber unsere irrtümliche Identifizierung zweier ganz verschiedener Reflexionsbegriffe hat uns dazu verführt, in unserer Metalogik, die auf das originäre zweiwertige System reflektiert, den gleichen Negationsoperator "N" zu benutzen, den die Objektsprache – also das klassische System – gebraucht. Wir haben uns dabei also in den Widerspruch verwickelt, dass etwas (nämlich "N") zugleich Reflexions*gegenstand* und Reflexionsprozess sein soll.

Beide Systeme, das klassische seinsthematische von "I \longleftrightarrow R" und das trans-klassische Meta-System "R \longleftrightarrow D" aber lassen sich nicht unmittelbar zur Deckung bringen, wie die Falschheit der Formeln (3) und (4) anzeigt. D.h. ihre gegenseitige Beziehung kann nur in einem vermittelnden und vermittelten System "I \longleftrightarrow D" beschrieben werden. Ohne ein solches bleibt das Verhältnis zwischen Objekt-System "I \longleftrightarrow R" und dem auf dasselbe reflektierenden Meta-System "R \longleftrightarrow D" vieldeutig. Denn "R" vertritt im dreiwertigen System das klassische "N" und letzteres ist, wie jeder Studierende der Schullogik weiß, unendlich vieldeutig.

Da dieser Gesichtspunkt außerordentlich wichtig ist, wollen wir ihn in einem graphischen Schema illustrieren:



Die punktierte Linie soll die über "R" gehende Vieldeutigkeitsbeziehung zwischen "I" und "D" andeuten.

Aus diesem Schema ist ohne weiteres ersichtlich, dass das nicht-aristotelische Denken keine einfache Identitätslogik im traditionellen Sinne mehr darstellt. D.h., das Sein (repräsentiert durch "I") und die Reflexion überhaupt ("R" und "D") können nicht mehr zur Deckung gebracht werden. Das Sein hat nur *Reflexionsbreite*. Aber das Denken hat eine *zusätzliche Reflexionstiefe*. Es ist in dem obigen Schema mindestens zweistufig. Infolgedessen treten jetzt an die Stelle des absoluten Identitätsprinzips drei partielle nicht auf einander reduzierbare Identitätsgleichungen. Nämlich: 1) die Identität des Gegenstandes mit sich selbst, 2) die Identität des Reflexionsprozesses (des Denkens) mit sich selbst, und 3) schließlich die Identität des erlebenden Subjekts mit sich selbst.

Nun wissen wir aus der klassischen Tradition dass ein Identitätssystem eine zweiwertige Systematik ist, deren Strukturelemente unter dem Verbot des Widerspruchs stehen und durch den Satz vom ausgeschlossenen Dritten zu einem abgeschlossenen Ganzen zusam-

mengefügt werden. Die traditionelle aristotelische Logik verfügt nur über ein einziges solches Identitätsmotiv: die (absolute) Seinsidentität, in der Positivität und einfache Negation "metaphysisch" zusammen fallen. Fügen wir aber einen zweiten Reflexionswert dazu, so können wir, wie bereits betont, drei solcher Identitätsrelationen konstatieren. Da aber jedes Identitätsprinzip eine zweiwertige Systematik impliziert, so muss eine *dreiwertige Logik zwangsläufig als ein System von drei zweiwertigen Logiken interpretiert werden!*

Hier ist die Frage berechtigt: welchen Sinn soll eine solche Wiederholung der uns bekannten Logik eigentlich haben? Die Antwort ist sehr einfach und evident, wenn wir uns von den Grundeigenschaften der Reflexion einmal Rechenschaft geben.

Die ursprüngliche und elementare Situation des Denkens ist die der klassischen Logik, in der ein denkendes "Ich" einem gedachten "Es" gegenüber steht. Diese Unmittelbarkeit des Gegenüberstehens ist der Umstand, aus dem die Zweiwertigkeit resultiert. Das Resultat eines solchen Systems ist Irreflexivität, weil das theoretische Ich sich ja in dieser Bewusstseinslage ganz und gar an das Objekt hingibt und seine eigene Reflexionstätigkeit darüber vergisst.

Auf diese ursprüngliche Situation kann jetzt reflektiert werden. Und wieder haben wir den einfachen Gegensatz vom Denken und Gedachten. D.h., wieder bewegt sich unsere Reflexion in einem zweiwertigen System! Nur dass diesmal der Gegenstand des Denkens nicht ein naiv, also in irreflexiven Kategorien begriffenes "Sein" ist, sondern das Denken dieses Seins. Also das Objekt dieses Denkens ist der reine, allein mit sich selbst identische Reflexionsvorgang. Soweit also hat das Denken – überhaupt zwei "Objekte". Erstens das "Ding" und zweitens den "Reflexionsprozess". Und beide werden mit einer zweiwertigen Logik behandelt!

Die Reflexion aber hat noch ein drittes Objekt! Und darum nennt Hegel sie mit Recht "doppelt". Ihr dritter Gegenstand ist das denkende Ich oder "Subjekt"¹⁷. Wem aber diese Termini zu metaphysisch klingen, der mag mit gleichem Recht sagen: Das dritte mögliche Objekt des Denkens ist das Verhältnis des Reflexionsprozesses zur Irreflexivität. Wir können jetzt unter Benutzung der Hegel'schen Formel für Reflexion die folgenden Indikationen vornehmen:

Refl.–in–Anderes	zweiwert. Logik	Thema: "Sein"	$I \longleftrightarrow R$
Refl.–in–sich	zweiwert. Logik	Thema: "Reflexion"	$R \longleftrightarrow D$
Dopp.: Refl.–in–sich	zweiwert. Logik	Thema: "Subjekt"	$I \longleftrightarrow D$

Dabei treten, wenn diese drei Logiken angewendet werden, drei semantische Identifikationen ein. Das Thema "Sein" wird als objektive "Welt" interpretiert. Das zweite Thema "Reflexion" aber als "Innerlichkeit" oder "Ichhaftigkeit". Denn an ihm ist die irreflexive Seinskomponente "I" überhaupt nicht beteiligt. Denn die Identitätslogik, die das Motiv "Reflexion" behandelt, verfügt nur über die beiden Werte "R" und "D". In anderen Worten die Aussagen einer solchen Logik mögen zwar Sinn haben. Derselbe aber kann nicht irreflexiv – objektiv gedeutet werden. Das dritte Thema schließlich behandelt die relative Identität von Reflexion mit einem irreflexiven Objekt in der Welt. Eine solche Identität aber ist nichts anderes als das Bild des "Du", d.h., der als logisches Objekt gedachten, existierenden, Subjektivität.

¹⁷ Das jetzt aber als Gedachtes fungiert!

Da alle Logik thematisch "objektiv" ist, sich also immer auf einen Inhalt, resp. Denkgegenstand, bezieht, kann die Reflexion sich als ganze (Hegel: total) nie als Innerlichkeit, d.h., rein reflexiv, darstellen. Sie muss das Moment des Seins, der "Äußerlichkeit", wie es in der Phänomenologie des Geistes heißt, in sich aufnehmen und sich mit ihm identifizieren. Diese letzte Identifikation ist deshalb "transzendental".

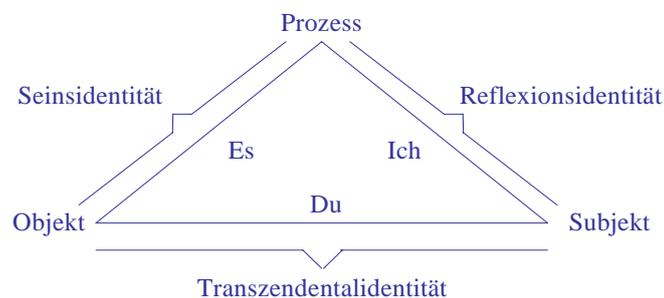
Eine nicht-aristotelische Logik des Bewusstseins als eines Reflexionssystems besteht deshalb aus drei identitätstheoretischen zweiwertigen Kalkülen, die drei semantisch unterschiedene Identitätsmotive haben:

Seinsidentität = Welt (Es)

Reflexionsidentität = Ich (Innerlichkeit)

Transzendentalidentität = Du (obj. Syst. der Reflex.)

Die folgende Zeichnung mag das noch einmal illustrieren:



An dieser Stelle sind wir auf den Einwand gefasst: wenn es sich herausstellt, dass alles thematisch formulierbare Denken zweiwertig ist und der Unterschied zwischen dem Denken des Seins und dem der Reflexion nur in einer differentiellen semantischen Interpretation eines neutralen (uninterpretierten) zweiwertigen Kalküls besteht, wozu dann der Übergang zu einer dreiwertigen Logik? Die Beantwortung dieser Frage wird uns an die philosophische Kernfrage mehrwertiger Logiksysteme und ihrer unabdinglichen Notwendigkeit und unersetzlichen Bedeutung direkt heranführen.

Um keine Missverständnisse entstehen zu lassen, sei nochmals ausdrücklich zugegeben: alles aktuelle, von einem realen, vorstellbaren Subjekt durchgeführte Denken ist immer und ewig zweiwertig! Wir können uns einfach kein Ich vorstellen, dessen Reflexion nicht der urphänomenale zweiwertige Gegensatz von Denken und Denkgegenstand als logische Formalstruktur zu Grunde liegt. Ein subjektives Erleben, das von sich behaupten würde, dass es sich nicht auf den fundamentalen Gegensatz von Ich und Nicht-ich stützt, ist für uns unvollziehbar.

Unter dieser Voraussetzung müsste die zweiwertige Logik die einzig mögliche Logik sein. *Und in diesem Sinne ist sie es in der Tat.* Es wäre ein Irrtum anzunehmen, dass eine drei- oder generell n-wertige Erlebnisstruktur sich jemals in einem individuellen Bewusstsein entwickeln könnte, dass wir es also eines Tages mit logischen Übermenschen zu tun bekämen, für die die zweiwertige Struktur jedes faktischen Denkaktes aufgehoben wäre. Wir wären nicht in der Lage, solche Wesen als ansprechbare Subjekte zu identifizieren.

Die Bedeutung der mehrwertigen Systeme liegt in einer ganz anderen Richtung. Sie tragen dem bisher nicht genügend gewürdigten Umstand Rechnung, dass wir ein und dieselbe zweiwertige Logik auf verschiedenen Bewusstseinsstufen anwenden können und dass diese verschiedenen Anwendungen nicht isolierte Phänomene sind, sondern in gegenseitiger Abhängigkeit sich befinden. *Eine mehrwertige Logik beschreibt ein solches Abhängig-*

keitssystem der möglichen Stellenwerte, die die klassische Logik in dem Reflexionssystem unseres Bewusstseins einnehmen kann.

Das soll an dem einfachen Beispiel des binarischen Zahlensystems erläutert werden. Die einzige dabei gebrauchte positive Ziffer "1" hat eine doppelte Bedeutung. Erstens als Einheit und zweitens als Quantität, je nach ihrem Stellenwert. Wenn wir also schreiben:

0 = 0	110 = 6
1 = 1	111 = 7
10 = 2	1 000 = 8
11 = 3	1 001 = 9
100 = 4	1 010 = 10
101 = 5	1 011 = 11
	usw.

so ist es immer dieselbe identische "1", die sich in verschiedenen Stellen mit verschiedenen (quantitativen) Bedeutungen wiederholt. Eine "1" an der ersten Stelle bedeutet 1; an der vierten Stelle aber bedeutet dieselbe Ziffer 8.

Eine mehrwertige Logik ist nun nichts anderes als ein System, das uns erlaubt, unserer einzigen, "wirklichen" Logik verschiedene Stellenwerte im System des Bewusstseins derart zu geben, dass jeder Stellenwert mit einer verschiedenen semantischen Bedeutung des sich so wiederholenden zweiwertigen Kalküls verbunden ist. Ein solches mehrwertiges System erlaubt dann den strukturellen *Zusammenhang* der verschiedenen zweiwertigen Erlebnisstufen des Bewusstseins abzulesen. Außerdem kann gezeigt werden, dass sich die Funktionsweise der zweiwertigen Logik je nach ihrem Stellenwert subtil ändert. *Die mehrwertigen Kalküls sind also nichts anderes als eine sinngemäße Übertragung des uns aus der Arithmetik längst geläufigen Begriffs des Stellenwertes auf das Gebiet der reinen Logik.* Das soll im Folgenden für das dreiwertige System demonstriert werden. —

In einem dreiwertigen Kalkül haben die Matrizen der logischen Grundmotive, wie "Konjunktion", "Disjunktion", "Implikation" usw., nicht mehr vier Stellen, wie in den Tafeln (II) bis (IIIa), sondern neun – falls wir nur binarische Operationen in Betracht ziehen. Das bedeutet aber, dass das trinitarische System der Reflexion nicht nur über 16 verschiedene Wertfolgen verfügt, aus denen unsere Funktionen ausgewählt werden müssen. Es stehen statt dessen jetzt $3^9 = 19683$ Wertsequenzen zur Verfügung, aus denen diejenigen festgestellt werden müssen, die den theoretischen zweiwertigen Bewusstseinsmotiven, die von der Konjunktion " $p \wedge q$ " bis zur Alternation " $p \parallel q$ " laufen, genau entsprechen.

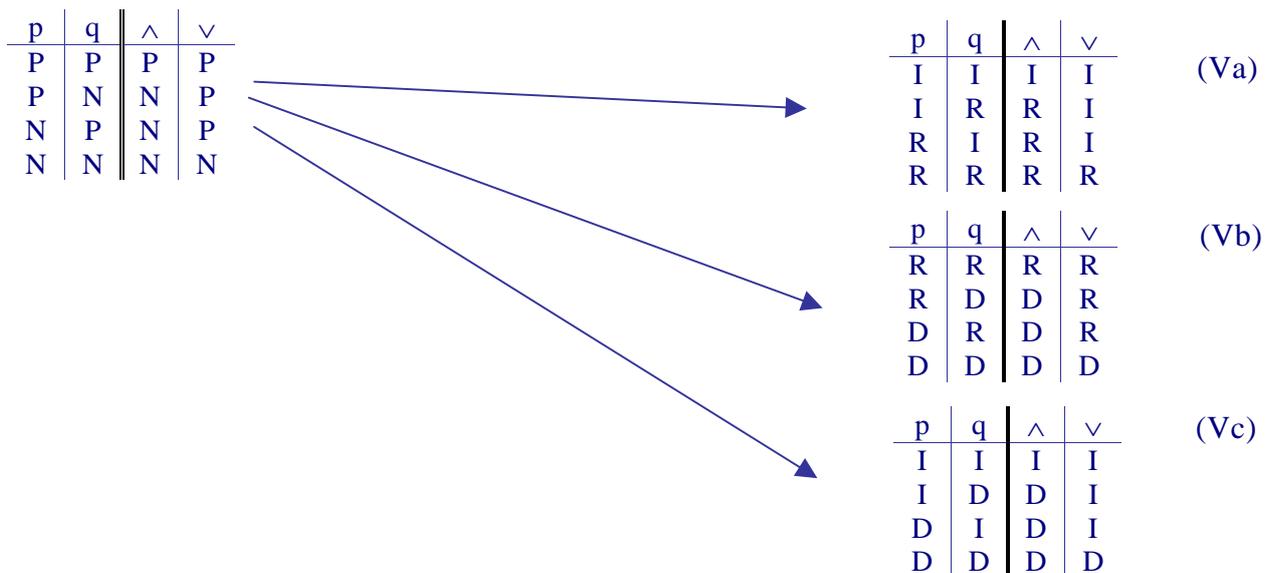
Die Aufgabe ist überraschend einfach zu lösen. Die 16 klassischen Motive stellen die logisch möglichen Kombinationen für das Umtauschverhältnis von "P" und "N" dar. Dieses Umtauschverhältnis tritt im dreiwertigen System als "I" und "R" auf. Und wir haben jetzt nichts weiter zu tun, als die jeweiligen klassischen Motive auf " $I \longleftrightarrow R$ ", aber auch auf " $R \longleftrightarrow D$ " und " $I \longleftrightarrow D$ " sinngemäß und in allen überhaupt möglichen Kombinationen zu übertragen. Dass dies nicht nur für " $I \longleftrightarrow R$ " sondern auch für die anderen beiden Umtauschverhältnisse von Reflexionswerten geschehen muss, geht daraus hervor, dass sich dieselbe klassische Logik ja mit drei verschiedenen Stellenwerten im dreiwertigen Kalkül wiederholt.

Wir wollen unser Verfahren an den Beispielen der zweiwertigen Konjunktion resp. Disjunktion, und ihrer Übertragung auf eine dreiwertige Tafel illustrieren. Diese Beispiele

sind insofern besonders brauchbar, als sie als Resultate zwei der symbolischen Logik längst bekannte dreiwertige Funktionen liefern.

Das Charakteristikum der konjunktiven Wertfolge ist, dass sie sobald in den Determinationskolonnen "p" und "q" der reflexive Wert auftritt, sofort zum reflexiven Wert übergeht. Die disjunktive Wertfolge verhält sich genau umgekehrt; sie hält den irreflexiven Wert so lange fest, als er in den Kolonnen "p" und "q" verfügbar ist. Wir interpretieren diese Eigenschaft für das Wertsystem "R \longleftrightarrow D" dahin gehend, dass für die Konjunktion "D" als der bevorzugte Wert gilt und dementsprechend "R" das in der disjunktiven Wertfolge so lang wie möglich gesetzte Wertsymbol ist.

Die Übertragung nimmt dann folgende Gestalt an:



Fügen wir die drei Tafeln (Va) bis (Vc) zu zwei dreiwertigen Wertfolgen zusammen, so erhalten wir die trans-klassische Voll-Konjunktion "p \wedge^D q", mit der Wertsequenz IRDRRDDDD, und als anderes Extrem die radikale Disjunktion "p \vee^D q" mit der Wertfolge IIIIRIRD.

Wir nennen die Wertfolgen "extrem" oder "radikal", weil wir bei ihrer Zusammensetzung ganz einseitig entweder das konjunktive oder das disjunktive Wertwahl-Motiv benutzt haben. Nichts aber hindert uns, für das eine Wertpaar, z.B., "I" und "R", das disjunktive Prinzip anzuwenden, und für die anderen beiden Wertpaare in *derselben* Wertsequenz das konjunktive Wahlgesetz durchzuführen. Die drei zweiwertigen Systeme, aus denen sich eine dreiwertige Logik zusammensetzt, sind ja in ihrer *internen* Struktur ganz unabhängig von einander¹⁸. Die dreiwertige Funktion definiert ja nur ihre aus den Stellenwerten ableitbare Relation zueinander.

Unter diesen Umständen ergeben sich in trans-klassischen Wertsequenzen für die in ihnen enthaltenen zweiwertigen Systeme acht mögliche Kombinationen der logischen Motive von Konjunktion und Disjunktion. Wir können sie unter Verwendung der Buchstaben "k" und "d" in der folgenden Tafel schematisch anführen:

¹⁸ Das gilt wenigstens soweit als Konjunktion und Disjunktion in Frage kommen. In den Implikationsfunktionen ist der Sachverhalt komplizierter, da dort das implikative Verhältnis aller dreier Werte zueinander in Frage steht.

zweiwert. System	mögliche Kombinationen der konjunkt. und disjunkt. Wertwahl							
$I \longleftarrow \rightarrow R$	k	d	k	k	d	d	k	d
$R \longleftarrow \rightarrow D$	k	k	d	k	d	k	d	d
$I \longleftarrow \rightarrow D$	k	k	k	d	k	d	d	d

(VI)

Auf Grund der Tafel (VI) und der fünf Negationssituationen von Tafel (IV) ergeben sich nun sechs Gruppen von Reflexionsfunktionen, die das dreiwertige Gegenbild zu den klassischen Wahrheitsfunktionen " $p \wedge q$ ", " $p \vee q$ ", " $p \mid q$ " und " $p \downarrow q$ " liefern. Während die klassische Logik über eine "positive" (II) und nur eine einzige "negative" Tafel (III) verfügt, haben wir jetzt natürlich zwar wieder nur mit einer "positiven", (d.h. irreflexiven) Tafel zu rechnen. Aber der Tafel (III) entsprechen hier die Tafeln für die Operationen " $\sim \dots$ ", " $\sim' \dots$ ", " $\sim \sim' \dots$ ", " $\sim' \sim \dots$ " und für " $\sim \sim' \sim \dots$ ", resp. " $\sim \sim \sim' \dots$ ", die die ursprünglichen Motive negieren. Jede dieser Tafeln enthält gemäß der Aufstellung in (VI) acht individuelle Reflexionsfunktionen. Zum Zwecke der Raumersparnis, und weil die Ableitung der übrigen Tafeln ohnehin eine Selbstverständlichkeit ist, wollen wir von den 48 aus Konjunktion und Disjunktion direkt oder durch Negation ableitbare Funktionen, hier nur die Tafel (VII) der "positiven" Wertfolgen wiedergeben.

p	q	$p \wedge^D q$	$p \wedge^R q$	$p \wedge^I q$	$p \Delta q$	$p \nabla q$	$p \vee^I q$	$p \vee^R q$	$p \vee^D q$
I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	R	R	I	R	R	I	I	R	I
I	D	D	D	D	I	D	I	I	I
R	I	R	I	R	R	I	I	R	I
R	R	R	R	R	R	R	R	R	R
R	D	D	D	R	D	R	D	R	R
D	I	D	D	D	I	D	I	I	I
D	R	D	D	R	D	R	D	R	R
D	D	D	D	D	D	D	D	D	D

(VII)

Tafel (VII) stellt die konjunktiv-disjunktive Relationsstruktur einer dreiwertigen Logik der Reflexion erschöpfend dar. Die erste Funktion " $p \wedge^D q$ " haben wir auf Seite 27 bereits abgeleitet¹⁹. Die übrigen ergeben sich, wie bereits bemerkt, aus der Tafel (VI). Es ist aber empfehlenswert, sie zusätzlich durch Definitionen auf der Basis von " $p \wedge^D q$ " zu charakterisieren, weil dabei eine interessante Eigenschaft von (VII) sichtbar wird:

$$\begin{aligned}
 p \wedge^R q &=_{\text{Def}} \sim (\sim p \wedge^D \sim q) \\
 p \wedge^I q &=_{\text{Def}} \sim' (\sim' p \wedge^D \sim' q) \\
 p \vee^I q &=_{\text{Def}} \sim \sim' (\sim' \sim p \wedge^D \sim' \sim q) \\
 p \vee^R q &=_{\text{Def}} \sim' \sim (\sim \sim' p \wedge^D \sim \sim' q) \\
 p \vee^D q &=_{\text{Def}} \sim \sim' \sim (\sim \sim' \sim p \wedge^D \sim \sim' \sim q) \\
 &=_{\text{Def}} \sim' \sim \sim' (\sim' \sim \sim' p \wedge^D \sim' \sim \sim' q)
 \end{aligned}$$

Die beiden zentralen Wertserien " $p \Delta q$ " und " $p \nabla q$ ", die wir an anderer Stelle²⁰ als "meontische" Funktionen bezeichnet haben, werden durch die Negationsstufen der Tafel (IV) übersprungen. Dies deutet auf sehr spezifische Eigenschaften hin, die sie von den anderen Tafeln absondern sollten, und die sie in der Tat auch haben. Ihre Definitionen können in kürzester und philosophisch relevanter Form als

¹⁹ Dito die letzte: " $p \vee^D q$ ".

²⁰ G. Günther, *Die philosophische Idee einer nicht-aristotelischen Logik*, Proc. XI. Int. Congr. Phil. V, 44-50; Brüssel, 1953.

$$\begin{aligned}
 p \Delta q &=_{\text{Def}} (p \vee^I q) \wedge^D (p \vee^R q) \\
 p \nabla q &=_{\text{Def}} (p \wedge^R q) \vee^D (p \wedge^I q)
 \end{aligned}$$

angeschrieben werden.

Die klassische Theorie des Denkens setzt ein genaues Symmetrieverhältnis zwischen Sein und Denken voraus, da sie dem Denken keine zusätzliche über den ontologischen Bereich hinausgehende Reflexionstiefe zutraut. Die trans-klassische Negationstafel (IV) zeigte bereits, dass dieses aristotelische Gleichgewicht zwischen Irreflexivität und Reflexion, das in der Tafel (I) stipuliert war, in der logischen Struktur der Reflexion nicht mehr aufrecht erhalten werden konnte. Die Existenz der "meontischen" Funktionen indiziert aber darüber hinaus, dass nicht nur das Verhältnis der Reflexion zur Irreflexivität unsymmetrisch ist, sondern dass die Reflexion (als denkende) zu sich selbst (als gedachte) in einer analogen Relation der Asymmetrie sich befindet.

Bevor wir jedoch dieses Thema weiter erörtern, wollen wir die Struktur der Konjunktion in einer dreiwertigen Logik vermittels einer Hilfstafel (VIIa) etwas näher erörtern. Das Gesagte wird dann sinngemäß auch von der Disjunktion gelten.

p	q	$p \wedge^D q$			$p \wedge^R q$			$p \wedge^I q$			$p \Delta q$		
I	I	I		I	I		I	I		I	I		I
I	R	R			I			R			R		
I	D			D			D			D			I
R	I	R			I			R			R		
R	R	R	R		R	R		R	R		R	R	
R	D		D			D			R			D	
D	I			D			D			D			I
D	R		D			D			R			D	
D	D		D	D		D	D		D	D		D	D

(VIIa)

Die Tafel zeigt deutlich den Aufbau der Reflexionsstruktur in einem dreiwertigen Kalkül als aus drei zweiwertigen Logiken bestehend! Alle vier in (VIIa) angeführten Wertsequenzen sind "konjunktiv". Man kann deshalb eine dreiwertige Konjunktion als eine solche Wertsequenz bezeichnen, in der mindestens zwei der "aristotelischen" (zweiwertigen) Wertfolgen konjunktiv sind. Wie man sieht, trifft das auf die vier dargestellten Funktionen zu. Die erste Wertfolge " $p \wedge^D q$ " ist die "radikale" Konjunktion. In ihr ist die Minimumbedingung überschritten, denn hier sind alle drei zweiwertigen Systeme konjunktiv. Dagegen enthalten " $p \wedge^R q$ ", " $p \wedge^I q$ " und " $p \Delta q$ " je eine partielle Disjunktion.

Wie man sieht, schließt diese Definition der Konjunktion die Wertfolge " $p \Delta q$ " ein. Letztere aber darf bestenfalls als eine Pseudo-Konjunktion bezeichnet werden. Erstens kann ein System der Reflexion-in-sich der Reflexion-in-sich-und-Anderes sinnvoller Weise nur drei echte Konjunktionen haben. Nämlich eine doppelt-reflexive, konjunktive Wertfolge, dann eine einfach reflexive und schließlich eine irreflexive. Zweitens aber haben die Wertserien " $p \Delta q$ " und " $p \nabla q$ " sehr spezifische Eigenschaften, die sie deutlich von dem konjunktiv-disjunktiven System absondern. Die folgenden Formeln beschreiben diese eigentümlichen Charakteristika:

$$\begin{aligned}
 p \nabla q &\equiv \sim (\sim p \Delta \sim q) \\
 &\equiv \sim' (\sim' p \Delta \sim' q) \\
 p \Delta q &\equiv \sim' \sim (\sim \sim' p \Delta \sim \sim' q) \\
 &\equiv \sim \sim' (\sim' \sim p \Delta \sim' \sim q) \\
 p \nabla q &\equiv \sim' \sim \sim' (\sim' \sim \sim' p \Delta \sim' \sim \sim' q) \\
 &\equiv \sim \sim' \sim (\sim \sim' \sim p \Delta \sim \sim' \sim q)
 \end{aligned}$$

Damit ist ohne weiteres ersichtlich, dass sich " $p \Delta q$ " und " $p \nabla q$ " nicht wie Konjunktion und Disjunktion zu einander verhalten. Unsere bisherige Definition von dreiwertiger Konjunktivität war also zu weit und damit ungenau. Wir präzisieren sie deshalb durch die folgende Formulierung: Eine dreiwertige Konjunktion ist eine Wertfolge, in der mindestens zwei der "aristotelischen" Wertsequenzen konjunktiv sind, wobei eine der beiden das Umtauschverhältnis " $I \leftarrow \rightarrow D$ " betreffen muss. Analog ist eine dreiwertige Disjunktion dann eine Wertserie, die mindestens zwei Disjunktionen enthält, derart, dass die " $I \leftarrow \rightarrow D$ " Beziehung niemals konjunktiv ist. Die Tafel (VII) enthält also je drei echte Konjunktionen und Disjunktionen. Beide Dreiergruppen aber sind durch das Teilsystem einer Pseudo-Konjunktion und einer Pseudo-Disjunktion getrennt. —

So wie in der klassischen Logik den "materialen" Funktionen von Konjunktion und Disjunktion zwei "formale" Wertfolgen der Implikation und Äquivalenz entsprechen – die sich ausschließlich mit den strukturellen Eigenschaften von "P" und "N" befassen – ebenso entspricht der Tafel (VII) eine Tafel der dreiwertigen Implikationen und schließlich eine der Äquivalenz- resp. Identitätsrelationen.

Die Tafel der möglichen implikativen Beziehungen zwischen drei Werten hat die folgende Gestalt:

p	q	$p \supset^D q$	$p \supset^R q$	$p \supset^I q$	$p \supset^{\Delta} q$	$p \rightarrow^{\nabla} q$	$p \rightarrow^I q$	$p \rightarrow^R q$	$p \rightarrow^D q$
I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	R	R	I	R	R	I	I	R	I
I	D	D	D	D	I	D	I	I	I
R	I	I	I	I	I	I	I	I	I
R	R	I	I	I	I	I	I	I	I
R	D	D	D	R	D	R	D	R	R
D	I	I	I	I	I	I	I	I	I
D	R	I	I	I	I	I	I	I	I
D	D	I	I	I	I	I	I	I	I

(VIII)

Wem die Aufstellung der Tafel (VIII) Schwierigkeiten macht, der sei auf ein einfaches mechanisches Verfahren hingewiesen, durch das sich die Richtigkeit der obigen konjunktiven und disjunktiven Implikationen kontrollieren lässt. Das generelle Prinzip der Implikation zweiwertig sowohl wie dreiwertig – beruht darauf, dass

- a) jeder Wert sich selbst irreflexiv impliziert,
- b) der höhere Reflexionswert den niederen immer irreflexiv impliziert,
- c) der niedere Wert den höheren entweder irreflexiv oder reflexiv impliziert.

Der individuelle Charakter einer bestimmten Implikation hängt nun von der Differenz zwischen b) und c) ab. In diesem präzisen Sinne hat die klassische Logik zwei(!) "Implikationen". Die zweite kann allerdings im zweiwertigen System aus evidenten Gründen ignoriert werden. Die folgende Tafel zeigt, wie man die beiden Implikationen auf Grund der Vorschriften a), b), c) mechanisch produziert:

p	q	$p \wedge q$	$p \supset q$	$p \vee q$	—
P	P	P	P	P	P
P	N	N	N	P	P
N	P	N	P	P	P
N	N	N	P	N	P

(IX)

Um die Implikation herzustellen, brauchen wir nach den Vorschriften a) und b) nur "P" in die erste dritte und vierte Stelle der Wertfolge für "p", "q" einzusetzen. Die Vorschrift c) aber enthält eine "oder" Anweisung. D.h., wir können "P" oder "N" in die zweite Stelle

einsetzen. Wir entscheiden uns nun danach, ob wir eine "konjunktive" oder eine "disjunktive" Implikation konstruieren wollen. Im ersten Fall wählen wir den Wert, den die Konjunktion an der fraglichen Stelle hat. Im anderen Fall wird unser implikativer Wert der zweiten Stelle der disjunktiven Wertfolge entnommen. Diese Vorschrift erscheint ganz unsinnig, denn sie produziert nur eine Implikation. Die Anlehnung an die Disjunktion resultiert in einer Wahrheitstautologie. Die Unterscheidung von "konjunktiver" und "disjunktiver" Implikation hat deshalb im zweiwertigen System nicht viel Zweck.

Anders aber liegen die Dinge im dreiwertigen Kalkül. Wir finden dort in der Tat implikative Wertserien, die mit der Disjunktivität korrespondieren. Es ist aus diesem Grunde empfehlenswert, einen generelleren Sprachgebrauch zu pflegen und eine Wertfolge "P P P P", resp. "I I I I" als eine disjunktive Implikation zu bezeichnen – wenn sie als Teilsystem in einer dreiwertigen Implikation auftritt.

Die Konstruktion der Implikationen der Tafel (VIII) ist jetzt sehr leicht nachzuprüfen. Wir setzen in alle Stellen außer IR, ID und RD, also außer der zweiten, dritten und sechsten Zeile, den irreflexiven Wert "I" ein. Welcher Wert aber in die offen bleibenden Positionen eingesetzt werden soll, das entscheiden wir je nach dem, welcher Wertfolge der Tafel (VII) unsere Implikationsfunktion zugeordnet werden soll. D.h., wir entnehmen einfach die entsprechenden Werte aus (VII) und setzen sie in die von uns zu bildenden Funktionen ein.

Es stellt sich dann heraus, dass die Systematik der dreiwertigen Implikationen nur solche Wertfolgen enthält, die die klassische Implikation in drei verschiedenen Stellenwerten repräsentieren. Um das anschaulich zu machen, wollen wir wieder die ersten vier Wertfolgen aus Tafel (VIII) in der bereits in (VIIa) geübten Weise aufspalten. Wir erhalten dann:

p	q	$p \supset^D q$		$p \supset^R q$			$p \supset^I q$		$p \supset^A q$			
I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	R	R		I		I	R		I	R		I
I	D		D		D			D				I
R	I	I		I		I	I		I	I		
R	R	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	
R	D		D		D		R		R	D		
D	I		I		I	I		I		I		I
D	R		I		I	I		I		I		I
D	D		I	I	I	I	I	I	I	I	I	I

(VIIIa)

Es ist jetzt sehr einfach zu sehen, dass die Funktion " $p \supset^D q$ " eine Wertfolge ist, die aus drei zweiwertigen "konjunktiven" Implikationen besteht. Andererseits besteht die Wertserie " $p \supset^R q$ " aus einer "disjunktiven" Implikation für das Umtauschverhältnis " $I \longleftrightarrow R$ " und aus zwei "konjunktiven" Implikationen. Einige Schwierigkeiten, bis man sich in die Analyserungstechnik eines dreiwertigen Kalküls eingearbeitet hat, mag die Funktion " $p \supset^I q$ " bereiten. Sie ist ganz korrekt nach der Vorschrift k d k der Tafel (VI) aufgebaut. D.h., sie besteht aus einer "konjunktiven" Implikation, einer "disjunktiven" für " $R \longleftrightarrow D$ " und wieder einer "konjunktiven". Das mag überraschen, aber die Wertfolge "I R I I" kann "konjunktive" oder "disjunktive" Implikation sein – je nach dem Stellenwert, den sie hat! Sie ist "konjunktiv" im System " $I \longleftrightarrow R$ ", aber "disjunktiv" in " $R \longleftrightarrow D$ ". Der Wert "R" ist nämlich im ersten Fall von den beiden zur Wahl stehenden Werten der reflexiv höhere Wert: Im anderen Falle aber ist es der niedere Wert gegenüber "D". Die Implikation ist also "disjunktiv". Im vierten Falle von " $p \supset^A q$ " sind die ersten beiden Implikationen "konjunktiv" und die dritte ist disjunktiv, was keiner weiteren Erklärung bedarf. Analoges gilt für die zweite Hälfte der Tafel (VIIIa). —

Angesichts dieses strikten Analogieverhältnisses zur klassischen Implikativität gilt auch das durch die zweiwertige Formel

$$p \equiv q \quad \text{aeq} \quad (p \supset q) \wedge (q \supset p)$$

bestimmte Verhältnis zwischen Implikation und Äquivalenz in korrespondierender Form in der nicht-aristotelischen Logik. Wir können nämlich die dreiwertigen Äquivalenzen und Identitätsrelationen auf die folgende Weise definatorisch festlegen:

$$\begin{array}{llll}
 p \equiv^D q & =_{\text{Def}} & (p \supset^D q) \wedge^{DI} & (q \supset^D p) \\
 p \equiv^R q & =_{\text{Def}} & (p \supset^R q) \wedge^{DRI} & (q \supset^R p) \\
 & & (p \supset^R q) \nabla & (q \supset^R p) \\
 p \equiv^I q & =_{\text{Def}} & (p \supset^I q) \wedge^{DI} & (q \supset^I p) \\
 p \equiv^\Delta q & =_{\text{Def}} & (p \supset^\Delta q) \wedge^{DI} & (q \supset^\Delta p) \\
 p =^\Delta q & =_{\text{Def}} & (p \rightarrow^\nabla q) \wedge^{DI} & (q \rightarrow^\nabla p) \\
 p =^I q & =_{\text{Def}} & (p \rightarrow^I q) \wedge^{DRI} & (q \rightarrow^I p) \\
 & & (p \rightarrow^I q) \nabla & (q \rightarrow^I p) \\
 p =^D q & =_{\text{Def}} & (p \rightarrow^R q) \wedge^{DI} & (q \rightarrow^R p) \\
 & & (p \rightarrow^R q) \Delta & (q \rightarrow^R p) \\
 & & (p \rightarrow^R q) \vee^R & (q \rightarrow^R p) \\
 p =^R q & =_{\text{Def}} & (p \rightarrow^D q) \wedge^{DI} & (q \rightarrow^D p) \\
 & & (p \rightarrow^D q) \Delta & (q \rightarrow^D p) \\
 & & (p \rightarrow^D q) \vee^R & (q \rightarrow^D p)
 \end{array}$$

Die Äquivalenztafel hat also die unten angegebene Gestalt:

p	q	$p \equiv^D q$	$p \equiv^R q$	$p \equiv^I q$	$p \equiv^\Delta q$	$p \equiv^\nabla q$	$p =^I q$	$p =^R q$	$p =^D q$
I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	R	R	I	R	R	I	I	R	I
I	D	D	D	D	I	D	I	I	I
R	I	R	I	R	R	I	I	R	I
R	R	I	I	I	I	I	I	I	I
R	D	D	D	R	D	R	D	R	R
D	I	D	D	D	I	D	I	I	I
D	R	D	D	R	D	R	D	R	R
D	D	I	I	I	I	I	I	I	I

(X)

Ähnlich wie im Falle der Implikationen, müssen wir hier den Begriff der Äquivalenz erweitern, so dass er die Wertfolge "III" einschließt. Es lässt sich dann auch an Tafel (X) ablesen, dass der dreiwertige Kalkül ein Stellenwertsystem der zweiwertigen Logik ist.

In der klassischen Logik konnten wir feststellen, dass die Negation der "positiven" Wertserien von Konjunktion, Disjunktion usw., unsere "negativen" logischen Motive, wie Unvereinbarkeit etc. produziert. Dies ist auch im dreiwertigen Kalkül der Fall. Da aber jede Wertserie der Tafeln (VII), (VIII) und (X), gemäß unserer Negationstafel (IV) auf fünf verschiedene Weisen negiert werden kann, stellen 144 neunstellige Wertfolgen aus den 19683 möglichen Kombinationen von "I", "R" und "D" logische Motive erster Ordnung dar. Wir sagen, "erster Ordnung", denn es können aus diesem enormen Reservoir kombinatorischer Möglichkeiten noch logische Motive weiterer Ordnungen hergestellt werden. Ein Beispiel dafür liefert der Ausdruck:

$$p \wedge^R (p \wedge^D q)$$

Die korrespondierende Wertfolge lautet: IIDRRDDDD, die sich in die folgenden zweiwertigen Komponenten auflösen lässt:

p	I I . R R . . .
Konjunktion R D . D D
Konjunktion	I . D . . . D . D

Einer dritten Ordnung gehört

$$p \nabla (p \wedge^D q)$$

an. Die zuständige Wertfolge ist: I I D R R R D D D. Ihre Auflösung:

p	I I . R R . . .
p R D . D D
Konjunktion	I . D . . . D . D

Der Unterschied der Ordnungen ist auf den ersten Blick sichtbar. Die zweite Ordnung involviert nur noch zwei klassische Funktionen und die dritte eine einzige²¹.

Eine direkte Konsequenz dieses ausgedehnten Systems von Reflexionsfunktionen ist die Tatsache, dass der dreiwertige Kalkül nicht nur über einen Existenz- und einen All-Operator verfügt, wie das in der klassischen Logik der Fall ist. In einem mehrwertigen System ist es möglich, eine Mehrzahl von Existenz- und All-Begriffen zu definieren. Die irreflexive Existenz eines Seins muss offensichtlich vermittlels einer anderen Daseinskategorie begriffen werden als die Existenz der Primzahlen oder des binomischen Theorems. Und wiederum die Existenz eines erlebenden und reflektierenden Ichs wird durch keinen der beiden vorangehenden Existenzbegriffe erfasst. Da aber die Darstellung der Theorie der dreiwertigen Operatoren der Quantifikation auch in kürzester Form eine ganze Abhandlung erfordern würde, muss hier darauf verzichtet werden. —

Wir wollen statt dessen mit einem allgemeinen Gedankengang über das Verhältnis des dreiwertigen Systems zu allgemein n-wertigen Kalkülen schließen. Unsere Theorie der mehrwertigen Strukturen besteht, wie wir noch einmal wiederholen wollen, darin, dass wir sie als Stellenwertsysteme unseres unvermeidlich zweiwertigen Denkens betrachten. Wenn aber der dreiwertige Kalkül bereits die totale Reflexionsstruktur des Bewusstseins beschreibt, wie soll es dann möglich sein, zu einem vier-, fünf- oder beliebig n-wertigen System fortzuschreiten? Ignorieren aber können wir diese höheren Kalküle nicht, denn sie haben mathematische Existenz im Sinne eines reflexiven Existenzoperators, wie er bereits im Bereich der dreiwertigen Strukturen auftritt.

Die Antwort auf die eben gestellte Frage ist in dem Umstand gegeben, dass durch das Prinzip der Dreiwertigkeit nur die allerabstrakteste und leerste Form der Reflexionsstruktur des

²¹ Eine weitere interessante Variante einer dreiwertigen Wertfolge wird durch eine "Kreuzung" zwischen Tafel (VII) und der Tafel (VIII) geliefert. Die Formel " $\sim(p \wedge^D \sim q)$ " beschreibt eine solche Situation. Die Wertserie ist: I R D I I D D D D. Sie kann aufgelöst werden in eine Implikation für das System " $I \leftarrow \rightarrow R$ " und sie ist eine Konjunktion für " $I \leftarrow \rightarrow D$ ". Diese beiden echten klassischen Motive sind vermittelt durch die Pseudo-Konjunktion I D D D für das System " $R \leftarrow \rightarrow D$ ". — Es ist für den Verfasser vorläufig noch eine offene Frage, ob es semantisch legitim ist, eine Wertfolge von Typus $\sim(p \wedge^D \sim q)$ als Reflexionsmotiv anzuerkennen. Vorläufig spricht die Wahrscheinlichkeit nicht für eine solche Anerkennung. Ganz fraglos aber liefern "Kreuzungen" zwischen den Tafeln (VIII) und (X) echte Reflexionsfunktionen. So produziert z.B. " $(p \supset^D q) \wedge^{D I} (q \rightarrow^I p)$ " eine ganz einwandfreie Verbindung zwischen Implikation und Äquivalenz.

theoretischen Bewusstseins geliefert wird. In unserer skizzierten nicht-aristotelischen, trans-klassischen Logik wird überhaupt nicht berücksichtigt, dass der irreflexive Objektzusammenhang der gegenständlichen Umwelt, in der wir leben, auf verschiedene Bewusstseinsstufen ganz unterschiedlich gedeutet wird. Ding-Realität ist für einen Buschmann etwas ganz anderes als für Newton. Und die Newtonsche Auffassung wieder würde von einem modernen Nuklearphysiker fraglos abgelehnt werden. D.h., mit wachsender Reflexionstiefe ändert sich auch der Charakter des irreflexiven Objektbereiches, dem das Bewusstsein begegnet.

Diesem Umstand tragen die mehr als dreiwertigen Kalküle Rechnung. Sie vergrößern nicht die Reflexionstiefe des logischen Subjekts, wohl aber seine Erkenntnistiefe des Objekts – indem sie eine prinzipiell unendliche Differenzierung der Anwendung des Stellenwertsystems auf das gegenständliche Denken des Objektbereiches der Welt zulassen. Wir wollen das kurz demonstrieren:

In unserer trans-klassischen Logik war der totale Umfang des theoretischen Bewusstseins durch die Reflexionsspanne

$$I \longleftrightarrow D$$

definiert. Wir wollen diesen Tatbestand jetzt generalisieren und wir formulieren ihn deshalb in der folgenden Form: In jedem beliebigen n-wertigen System wird der Umfang des theoretischen Bewusstseins durch das vermittelte Umtauschverhältnis

$$1 \longleftrightarrow n$$

definiert^[22]. Dies ist die so genannte doppelte Reflexion. Die einfache Reflexion- in-sich umfasst dann das Umtauschverhältnis

$$2 \longleftrightarrow n$$

und die Reflexion-in-Anderes die alternative Spannweite von

$$1 \longleftrightarrow n - 1.$$

Wir wollen das an den Beispielen einer drei-, vier- und fünf-wertigen Logik demonstrieren:

1	\longleftrightarrow	2
2	\longleftrightarrow	3
1	\longleftrightarrow	3

1	\longleftrightarrow	2
2	\longleftrightarrow	3
3	\longleftrightarrow	4
1	\longleftrightarrow	3
2	\longleftrightarrow	4
1	\longleftrightarrow	4

1	\longleftrightarrow	2
2	\longleftrightarrow	3
3	\longleftrightarrow	4
4	\longleftrightarrow	5
1	\longleftrightarrow	3
2	\longleftrightarrow	4
3	\longleftrightarrow	5
1	\longleftrightarrow	4
2	\longleftrightarrow	5
1	\longleftrightarrow	5

Die in den Quadraten enthaltenen Umtauschverhältnisse stellen jeweilig das formale Reflexionssystem des theoretischen Bewusstseins dar. Sie sind in jeder Logik die jeweilig am höchsten "vermittelten" Negationsrelationen. Wie man sieht, überspringen die beiden einfachen Reflexionen in einer fünfwertigen Logik je zwei Zwischenwerte, und die doppelte

²² Wir benutzen von jetzt ab für Werte die natürlichen Zahlen. "I" ist also 1 usw.

Reflexion überspringt drei. Die außerhalb der Quadrate befindlichen Umtauschverhältnisse bezeichnen mögliche Interpretationssysteme des Objektbereiches.

Alle Systeme bestehen aus zweiwertigen Logiken, von denen jede einen anderen Stellenwert hat. Je umfangreicher die Kalküle wertmäßig werden, desto komplizierter und mehrstufiger wird auch die Systematik der Stellenwerte.

Weiterhin ist bemerkenswert, dass das dreiwertige System genau so wie die klassische Logik ein rein abstrakt, formales System ist, das den Objektbereich nicht reflexiv bestimmt. D. h., weder die zwei- noch die dreiwertige Logik haben einen notwendigen Objektbereich. Hier liegt der tiefere Grund, warum der Begriff des Dinges an sich durch Hegel in der ersten Reflexion auf das klassische Denken aufgelöst worden ist. Geht man aber über die reinste, abstrakteste Relationsstruktur von Reflexion-in-sich der Reflexion-in-sich-und-Anderes dadurch hinaus, dass man einen vierten, usw., Wert einführt, so besitzt die Reflexionslogik auf einmal einen notwendigen, d.h., ihrer eigenen Struktur korrespondierenden Objektbereich.

Wenn wir die Zahl der Stellenwerte, die die klassische Logik in einem beliebigen n-wertigen System einnehmen kann, mit "St" bezeichnen und Wert mit "W", Objektbereich aber mit "O", dann gelten die folgenden Formeln:

$$\text{St} = \frac{W^2 - W}{2}$$

$$\text{O} = \frac{W^2 - W}{2} - 3$$

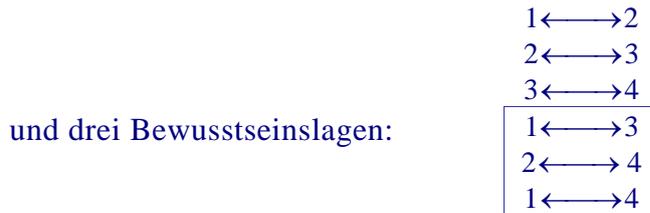
Der logische Stellenwert ist der Ausdruck für die funktionale Abhängigkeit des Objekts vom denkenden Subjekt. "Der völlig isolierte Gegenstand" hat nach jener berühmten Aussage Heisenbergs, "prinzipiell keine beschreibbaren Eigenschaften mehr." Die klassische aristotelische Logik, kann, da sie nichts weiter ist als das isolierte Umtauschverhältnis

$$1 \longleftrightarrow 2$$

naturgemäß keinen reflexiven Stellenwert haben. Infolgedessen glaubt man, in ihr das absolute (isolierte) Objekt beschreiben zu können. Als man in der Transzendentallogik auf das klassische Denken zu reflektieren begann, entdeckte man nur inner-reflexive Stellenwerte des Denkens. Dadurch wurde das Ding-an-sich mehr und mehr ins Bewusstsein hineingezogen und verflüchtigte sich schließlich ganz.

Das dreiwertige System, in dem das Denken ausschließlich und ganz "bei sich selbst" ist, ist aber nur die Übergangsstufe zum allgemein n-wertigen Denken, wobei bereits im vierwertigen System das in der Reflexion auf die Reflexion verloren gegangene Objekt wieder entdeckt wird. Denn hier besitzt die Reflexion Stellenwerte, die nicht mehr bewusstseinsimmanent^[23] gedeutet werden können. Es scheint, als ob dieses System, das drei (objektive) Realitätsschichten:

²³ D.h., als subjektive Erlebnisprozesse, also als Reflexionsprozesse im Ich oder im Du.



umfasst, unserer gegenwärtigen wissenschaftlichen Situation am besten entspricht.

Wir resümieren: die klassische, aristotelische Logik ist die einzige Gegenstandslogik; denn in jedem überhaupt denkbaren Verhältnis zu seinem Inhalt, verhält sich das menschliche Denken zweiwertig. Diese Logik aber kann auf verschiedenen Reflexionsstufen des Bewusstseins angewendet werden und in diesem Vorgang erhalten die traditionellen Denkvollzüge Stellenwerte. Die Theorie dieser Stellenwerte ist die nicht-aristotelische, mehrwertige Logik, die uns zuerst als dreiwertiges Reflexionssystem des Bewusstseins entgegen tritt. Der Begriff der Reflexion aber geht über den des Bewusstseins hinaus. Er umfasst auch das bewusstseinstranszendente Objekt (siehe klass. Identitätsthese) und in diesem weiteren Sinne ist das unendlich gegliederte System der Reflexivität überhaupt das Modell aller mehrwertigen Kalküle. —

Auch die nicht-aristotelische Logik der Reflexion ist ein System der Wahrheit. Aber wenn die Wahrheit des Seins reflektiert wird, so tritt sie in drei urphänomenalen Gestalten auf. Das lehrt uns die Theorie der Mehrwertigkeit. Die Theologie hat das längst geahnt, wenn sie uns in allen Weltreligionen belehrt, dass uns das Absolute als eine Trinität begegnet. In der Theorie des reflektierten Begriffs erscheinen uns diese drei Gestalten als Irreflexivität, als einfache Reflexion und als doppeltes Reflektieren. Diese trinitarische Gliederung der einen Wahrheit ist das Resultat der möglichen Stellenwerte, die das Bild der Wirklichkeit in unserem Bewusstsein annehmen kann. In diesem Sinne sind "I", "R" und "D" bewusstseinstheoretische Stellenwerte des Wahren ... wobei der dritte, eminent nicht-aristotelische Wert "D" die unendliche Selbsttranszendenz alles möglichen Denkens anzeigt.

Aber insofern als unser individuelles Bewusstsein empirisch ist und in jeder konkreten Situation nur einen begrenzten Existenzbegriff besitzt, ist dasselbe zweiwertig isoliert. Und für jene Existenz und das sie abbildende Bewusstsein gelten die Worte Hegels aus der Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften: "Die Existenz ist die unmittelbare Einheit der Reflexion-in-sich und der Reflexion-in-Anderes. Sie ist daher die unbestimmte Menge von Existierenden als in sich Reflektierten, die zugleich ebenso sehr in anderes scheinen, relativ sind, und eine Welt gegenseitiger Abhängigkeit und eines unendlichen Zusammenhanges von Gründen und Begründeten bilden^[24]."

Zitationsvorschlag:

Gotthard Günther: Die Aristotelische Logik des Seins und die Nicht-Aristotelische Logik der Reflexion, in: www.vordenker.de (Edition: Sommer 2004), J. Paul (Ed.), URL: < http://www.vordenker.de/ggphilosophy/gg_logik-sein-reflexion.pdf > — Erstveröffentlichung: Zeitschrift für philosophische Forschung XII, 3 (1958) S. 360-407.

The text was originally edited and rendered into PDF file for the e-Journal <www.vordenker.de> by E. von Goldammer

Copyright 2004 © vordenker.de

This material may be freely copied and reused, provided the author and sources are cited
a printable version may be obtained from webmaster@vordenker.de

vordenker
ISSN 1619-9324

²⁴ Hegel, W. W. (Meiner) V, S. 135.