

PAUL LORENZEN (Erlangen) [\*]

## DAS PROBLEM EINER FORMALISIERUNG DER HEGELSCHEN LOGIK

### Korreferat zu einem Vortrag von G. Günther

Erlauben Sie mir bitte, zunächst kurz den Zusammenhang zu wiederholen, aus dem sich die Fragestellung des Referenten nach einer Formalisierung der Hegelschen Logik ergibt.

Die klassische Logik wird als eine Lehre aufgefaßt, die lehrt, wie über Objekte zu denken (und zu sprechen) ist. Seit KANT aber gibt es die transzendente Fragestellung, die nach dem Subjekt dieses Denkens fragt. Die Kantische Transzendentalphilosophie führt bei Hegel zur dialektischen Logik.

KANT und seine Nachfolger kannten nur die Formalisierung der klassischen Logik – so entstand die Ansicht, die dialektische Logik sei unformalisierbar. Nach Ansicht des Referenten kann jedoch die Formalisierungstechnik der modernen, mathematischen Logik auch zu einer – wenigstens teilweisen – Formalisierung der dialektischen Logik benutzt werden. Ein Beweis für diese Möglichkeit wird vom Referenten durch seine Theorie der Morphogramme angetreten.

Ich möchte die Theorie hier ganz ohne Bezugnahme auf die Dialektik darstellen.

Man geht in der klassischen Logik davon aus, daß man es nur mit Aussagen zu tun hat, die entweder wahr oder falsch sind.

Ohne darüber reflektieren zu müssen, was hier Wahrheit (W) und Falschheit (F) bedeutet, benutzt man diese vorausgesetzte Alternative, diese sogenannte Zweiwertigkeit, zur Definition der logischen Partikeln.

Die Konjunktion (und) z.B. wird dadurch definiert, daß festgesetzt wird, wann eine Aussagenverbindung "p und q" wahr bzw. falsch ist. Diese Festsetzung geschieht durch eine Tafel

		q	
		W	F
p	W	W	F
	F	F	F

---

\* in: Heidelberger Hegel-Tage 1962, Hegel-Studien Beiheft 1, S. 125-130, H. Bouvier Verlag, Bonn (1964).  
Das Ko-Referat bezieht sich auf den Beitrag von Gotthard Günther: "Das metaphysische Problem einer Formalisierung der transzendental-dialektischen Logik", Heidelberger Hegeltage 1962, Hegel-Studien Beiheft 1, S.65-123, H. Bouvier Verlag, Bonn (1964).

Alles, was klassisch-logisch über die Konjunktion gesagt werden kann, muß sich aus dieser sogenannten Wahrheitstafel ergeben. Liest man die 4 Werte dieser Tafel in der Reihenfolge

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

so entsteht eine Wertfolge W F F F.

Jede Wertfolge definiert so in der klassischen Logik eine logische Partikel.

Achtet man bei diesen Wertfolgen nicht darauf, welche Werte (W oder F) in ihr vorkommen, sondern nur darauf, ob die Werte in der Folge gleich oder ungleich sind, so entstehen die Morphogramme. Von der Bedeutung der Wahrheitswerte wird abstrahiert. Erst die Morphogramme sind in diesem Sinne rein formal.

Für W F F F z. B. entsteht ein Morphogramm so:  $\bullet \neq \bullet = \bullet = \bullet$

Als eine zweckmäßige Bezeichnung möchte ich – etwas vom Referenten abweichend – für die Morphogramme eine vierstellige Ziffer vorschlagen. Der erste Wert wird 0 genannt, der nächstfolgende verschiedene Wert 1 usw.

Wertfolgen aus zwei Werten bekommen so ein Morphogramm aus 0 und 1 allein, z.B. 0111 für WFFF. Je zwei Wertfolgen erhalten dabei dasselbe Morphogramm, z.B. erhält ja auch FWWW das Morphogramm 0111. Aus den 16 klassischen Wertfolgen entstehen 8 Morphogramme.

Den Schritt zu einer "transklassischen" Logik vollzieht der Referent nun durch die Berücksichtigung der Möglichkeit von mehr als zwei Werten. Da es für die Morphogramme nur auf Gleichheit oder Ungleichheit der Werte ankommt, braucht die Frage, welche Werte über W und F hinaus denn möglich sind, zunächst nicht erörtert zu werden.

Zu den 8 Morphogrammen für die Folgen mit zwei Werten kommen 6 Morphogramme für Folgen mit 3 verschiedenen Werten hinzu, z.B.

$$0102 \quad \text{für} \quad \begin{array}{c} \text{---} \neq \text{---} \\ \bullet \neq \bullet \neq \bullet \neq \bullet \\ \text{---} = \text{---} \end{array}$$

Es kommt ferner 1 Morphogramm für 4 verschiedene Werte hinzu: 0123. Für diese Morphogramme kann man Operationen definieren, z.B. die Spiegelung. Durch Spiegelung entsteht zunächst eine neue Folge, deren Morphogramm als Operationsergebnis zu nehmen ist. Ein Beispiel liefert:

$$0102 \quad 2010 \quad \text{Ergebnis} \quad 0121$$

Arbeitet man mit 3 oder 4 Werten, so lassen sich die Wahrheitstafeln der klassischen Logik verallgemeinern zu 4-reihigen Wahrheitstafeln. Referent betrachtete als Beispiel einige Ausschnitte aus einer solchen Tafel für eine "Transjunktion "

	W	F	...
W	W	R	
F	R	F	
:			

Von dem 3. Wert weiß man nur, daß er verschieden von W und F ist, er verwirft, "rejiziert" W und F – und er sei deshalb hier mit R bezeichnet. Man kann auch "differenziert", d.h. mit zwei verschiedenen Werten, rejizieren:

	W	F	...
W	W	R <sub>1</sub>	
F	R <sub>2</sub>	F	
:			

Soweit mein Bericht.

Referent sieht nun Zusammenhänge zwischen dieser Morphogrammatik und den logischen Spekulationen FICHTEs und Hegels. Die Spiegelung der Morphogramme z.B. soll schon bei FICHTE angedeutet sein, der Unterschied zwischen undifferenzierter und differenzierter Rejektion bei Hegel. Die angeführten Textstellen belegen diesen Zusammenhang m. E. aber nicht. Mehr kann ich dazu leider nicht sagen. Wie ich diese Textstellen interpretieren würde, darauf kommt es ja hier nicht an. Die Beweislast dafür, daß die Texte mit der Morphogrammatik überhaupt etwas zu tun haben, bleibt m. E. weiterhin beim Referenten. Und ebenso steht es leider mit der Behauptung, daß die Morphogrammatik ermöglicht, Reflexionsprozesse logisch adäquat zu beschreiben.

Für die Diskussion darf ich natürlich unterstellen, daß die fehlenden Beweise vom Referenten nur aus Zeitmangel nicht gegeben werden konnten. Ferner möchte ich mich dem Appell des Referenten zu einer gutwilligen Zusammenarbeit zwischen dem metaphysischen und dem mathematischen Logiker nicht entziehen. Ich möchte daher versuchen, meinerseits etwas zur Klärung der Frage nach mehr als zwei Wahrheitswerten beizutragen.

Daß jede Aussage mindestens eines ist, wahr oder falsch, drückt man gern durch die scholastische Formel "tertium non datur" aus.

Die bekannte Eörterung des "tertium non datur" bei ARISTOTELES bezieht sich auf Aussagen über die Zukunft – sie hat weder bei ARISTOTELES noch bei seinen Kommentatoren zu einer mehrwertigen Logik geführt. Diese ist vielmehr erst eine Neuerwerbung unseres Jahrhunderts. ŁUKASIEWICZ und POST haben sie erfunden, etwa um das Jahr 1920 herum. Daß die Verallgemeinerung der Wahrheitstafeln auf mehr als 2 Werte als eine neue Logik in legitimer Konkurrenz zur klassischen Logik angesehen wurde, liegt m. E. hauptsächlich daran, daß schon vorher, nämlich seit 1907, von dem holländischen Mathematiker BROUWER das "tertium non datur" mit schwerwiegenden Gründen kritisiert worden war. Diese Kritik möchte ich hier darlegen. Es handelt sich dabei gar nicht darum, ob es ein Drittes neben Wahr und Falsch gibt. Bei der sogenannten intuitionistischen Kritik BROUWERs am "tertium non datur" geht es vielmehr darum, ob jede Aussage der Form "p oder nicht p" wahr ist. Nach der klassischen Logik ist jede Aussage dieser Form wahr. Man beweist das mit Hilfe der Wahrheitstafeln für "oder" und "nicht". Ob man für "p" nun W oder F einsetzt, jedesmal ergibt sich für "p oder nicht p" der Wert W, und d.h., daß "p oder nicht p" logisch wahr ist.

BROUWER war der erste, der die Verbindlichkeit, die "Betrouwbaarheid" dieser Argumentation bezweifelte. Auch unter Mathematikern ist es weitgehend unver-

standen geblieben, warum man nach BROUWER nicht jede Aussage der Form: "p oder nicht p" behaupten darf, wohl aber z.B. jede Aussage der Form: "nicht (p und nicht p)".

Ohne im Besitz einer autorisierten Interpretation der BROUWERSchen Kritik zu sein, möchte ich Ihnen diese Kritik auf meine eigene Weise begründen. Dazu bemerke ich zunächst: Von Wahrheitswerten braucht bei dieser Kritik am "tertium non datur" gar nicht gesprochen zu werden. Es handelt sich nur darum, ob gewisse Aussagen allein auf Grund ihrer Form behauptet werden können – oder nicht.

Das Behaupten einer Aussage ist eine Handlung. Diese Handlung ist nur sinnvoll in einem Dialog. Bücher oder Vorträge z.B. möchte ich dabei als leicht entartete Dialoge gelten lassen.

Ich nehme nun an, daß der Sinn des Behauptens gewisser Aussagen p, q, ... schon von den Partnern eines Dialogs gemeinsam verstanden wird. Was ist dann der Sinn der Behauptung einer logisch zusammengesetzten Aussage, etwa von "p und q"? Nun, was immer das Wort "und" in den verschiedenen Dialekten der deutschen Sprache meinen mag, die folgende Festsetzung ist in guter Übereinstimmung mit dem Sprachgebrauch: Wenn einer "p und q" behauptet, so darf der Partner – nach seiner Wahl nach beiden Teilaussagen, der linken (L) oder der rechten (R), fragen.

Ich notiere dieses so:

$$L ? \left| \begin{array}{l} p \text{ und } q \\ p \end{array} \right. \qquad R ? \left| \begin{array}{l} p \text{ und } q \\ q \end{array} \right.$$

Mit den Teilaussagen geht der Dialog dann weiter.

Für die Negation "nicht" setze ich ebenso in Übereinstimmung mit dem Sprachgebrauch die folgende dialogische Verwendung fest: Wenn "nicht p" behauptet wird, hat der Partner das Recht "p" zu behaupten. Kann er dies verteidigen, so ist die Behauptung von "nicht p" verloren, sonst gewonnen.

Schon aus diesen Festsetzungen folgt, daß die Behauptung einer Aussage der Form "nicht (p und nicht p)" stets gewonnen werden kann:

$$\begin{array}{l} p \text{ und nicht } p \\ \quad p \\ \quad \text{nicht } p \end{array} \left\| \begin{array}{l} \text{nicht (p und nicht p)} \\ L ? \\ R ? \\ p \end{array} \right.$$

Es wird hier nur noch benutzt, daß zum Schluß p verteidigt werden kann – nämlich durch den Hinweis darauf, daß der Gegner selbst schon vorher p behauptet hat.

Wegen der Existenz einer solchen Gewinnstrategie möchte ich die Aussagen der Form "nicht (p und nicht p)" logisch-wahr nennen.

Ich zeige jetzt noch, daß die Aussagen der Form "p oder nicht p" nicht in diesem Sinne logisch-wahr sind.

Dazu muß die dialogische Verwendung von Zusammensetzungen "p oder q" festgesetzt werden.

Nochmals in Übereinstimmung mit dem Sprachgebrauch geschehe das folgendermaßen: Wenn "p oder q" behauptet wird, darf der Gegner dies zwar bezweifeln, der Behauptende selbst darf aber dann wählen, welche der beiden Teilaussagen er verteidigen will. Ich notiere diese Festsetzung so:

$$\begin{array}{c} ? \\ \left| \begin{array}{c} p \text{ oder } q \\ p \end{array} \right. \end{array} \qquad \begin{array}{c} ? \\ \left| \begin{array}{c} p \text{ oder } q \\ q \end{array} \right. \end{array}$$

Für "p oder nicht p" gibt es keine *Gewinnstrategie* auf Grund der Form allein. Es bestehen nämlich nur folgende Möglichkeiten des Dialogverlaufs:

$$\begin{array}{c} ? \\ \left| \begin{array}{c} p \text{ oder nicht } p \\ p \end{array} \right. \end{array} \qquad \begin{array}{c} ? \\ \left| \begin{array}{c} p \text{ oder nicht } p \\ \text{nicht } p \\ p \end{array} \right. \end{array}$$

Keiner der beiden Dialoge kann auf Grund der Form allein gewonnen werden. Es hängt vielmehr von der speziellen Aussage p – vom Inhalt, wie man sagt – ab, ob man mit der einen oder mit der anderen Strategie durchkommt, wenn überhaupt.

Definiert man die logische Wahrheit durch die Existenz einer Gewinnstrategie auf Grund der Form allein, so sind die Aussagen "p oder nicht p" *nicht* logisch wahr.

Diese BROUWERSche Kritik erfordert, wie man sieht, eine Reflexion auf das, was wir tun, wenn wir von der Wahrheit von Aussagen sprechen. Sie führt so zu einer Kritik an der klassischen Logik – sie führt aber nicht zu einer mehrwertigen Logik.

Die erforderliche Reflexion auf das logische Denken als ein menschliches Handeln geschieht bei uns – das wird zumindest jedem Teilnehmer einer Hegeltagung ersichtlich sein – in Abhängigkeit von der idealistischen Philosophie KANTS, FICHTEs und Hegels.

Ich differiere vom Referenten also – zusammenfassend gesagt – nur (1) in der Frage, ob die mehrwertige Logik schon in Hegel hineingelesen werden kann, und (2) in der Frage, ob mehrwertige Logiken überhaupt der Reflexion auf unser Denken nützen. Ich stimme aber mit dem Referenten darin überein, daß auch die moderne Logik gut daran tun würde, wenn sie sich die transzendentalphilosophische Reflexion der idealistischen Tradition neu aneignete.

The text was originally edited and rendered into PDF file for the e-journal <www.vordenker.de> by E. von Goldammer.

Copyright 2004 vordenker.de

This material may be freely copied and reused, provided the author and sources are cited  
a printable version may be obtained from [webmaster@vordenker.de](mailto:webmaster@vordenker.de)