Gotthard Günther [*]

ANALOG-PRINZIP, DIGITAL-MASCHINE UND MEHRWERTIGKEIT

I.

Es kann kaum ein Zweifel daran bestehen, dass das mehr oder (meist) weniger eingestandene Ziel der Kybernetik in seinem letzten Sinn anthropologisch ist. Nachdem eine im Abschluss begriffene Wissenschaftsepoche sich um das Verständnis einer rein objektiven Natur bemühte, hat man in der Gegenwart ein kritisches Stadium erreicht, in dem alle bisher gebrauchten kategorialen Formen und Begriffe dem so genannten gegenständlichen Sein gegenüber zu versagen beginnen und in ihren letzten und radikalsten Anwendungen eine merkwürdige semantische Eigenschaft demonstrieren. Anstatt nämlich sich auf den in ihnen gemeinten Sachverhalt der uns umgebenden Welt auszurichten, produzieren sie in ihrer Anwendung einen unerwarteten Rückkoppelungsmechanismus. D.h., sie sagen immer weniger Grundsätzliches über das in ihnen thematisch intendierte Objekt und immer mehr über das sie produzierende Subjekt aus. Die Situation mag als grotesk empfunden werden, es kann aber nicht abgeleugnet werden, dass wir in den Formeln der heutigen Mikrophysik wenig Wesentliches über die Natur, dafür aber außerordentlich Aufschlussreiches über das Denken des Menschen, der sich mit seiner natürlichen Umgebung befasst, erfahren.

Da man aber nur das wirklich versteht, was man macht (unser Naturverständnis ist ganz in die klassische Technik eingegangen), bleibt dem Menschen jetzt nichts anderes übrig, als einen Versuch zu einer Selbstinterpretation dadurch zu unternehmen, dass er sich in einer technischen Nachbildung wiederholt. Diesem letzten Zweck dienen alle kybernetischen Formeln, Theorien und Mechanismen, und hier beginnen bis dato nicht geahnte unterirdische Verbindungen zwischen Technik und Geisteswissenschaft sichtbar zu werden.

Betrachten wir aber, was bisher an Nachbildung menschlicher Reflexionsfunktionen in kybernetischen Konstruktionen geleistet worden ist, so entdecken wir eine erhebliche Diskrepanz zwischen dem menschlichen Vorbild und den technischen Entwürfen, die sich um seine Wiederholung bemühen. In der Reflexivität, in der der Mensch auf die ihn umgebende Welt reagiert, ist derselbe eine synthetische Einheit. Seine Identität mit sich selbst beruht auf einer vollkommenen Integration aller seiner Funktionen in einem geschlossenen System. In der bisherigen technischen Rekonstruktion aber ist diese Einheit verloren gegangen. Seine Reflexivität ist in der Nachbildung auf zwei sich gegenseitig ausschließende Systeme verteilt, die uns in praktischer Ausführung als Analog- und Digital-Mechanismus bekannt sind. Die unterschiedlichen Prinzipien, die der Arbeitsweise dieser beiden Maschinentypen der herrschenden Theorie nach zugrunde liegen, sind die von Kontinuität und Quantifizierung, und es ist von unendli-

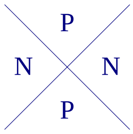
---

* Erstveröffentlichung in: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaften (1), 1960, p. 41-50, Hermann Schroedel Verlag, Hannover.

Abgedruckt in: G. Günther, "Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik", Band 2, Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1979, p.123-133.

cher Wichtigkeit, sich klar zu machen, dass auf dem Boden der klassischen Logik eine echte Synthese der beiden ausgeschlossen ist.

Das Quantifizierungsprinzip der Aristotelischen Logik ist zweiwertig, wie unser Schema



zeigt. D.h., entweder die horizontale oder die vertikale Schreibung gilt. Die beiden verfügbaren Werte repräsentieren also ein Umtauschverhältnis, genau so wie etwa "rechts" und "links". Es widerspricht aber dem Wesen eines Umtauschverhältnisses, kontinuierliche Übergänge zu zeigen. Die einzige Prozedur, die eine Art von Pseudo-Kontinuität auf diese alternative Wechselrelation von positiv und negativ projizieren kann, ist die der so genannten Wahrscheinlichkeitslogik. Dass die letztere aber keine echte Logik im strengen Sinn dieses Wortes ist, geht daraus hervor, dass alle Wahrscheinlichkeitsrechnungen jederzeit auf einen zweiwertigen Formalismus reduzierbar sind. Teilt man die Wahrscheinlichkeitsskala mithilfe eines Demarkationswerts $p = 1/2$ in zwei Teile, dann erhält man eine dichotomische Ordnung, wenn

in "$P(a) > p$" a als positiv
und (1)
in "$P(a) \leq p$" a als negativ

definiert wird.[1] Ein subtilerer Aufweis der zweiwertig-klassischen Struktur aller Wahrscheinlichkeitsaussagen geht über ein trichotomisches Schema. Wenn wir nämlich $p_1 = 0$ und $p_2 = 1$ setzen und – was in der traditionellen Logik unvermeidbar ist – als einzige *formale* Werte anerkennen, dann definiert

$$p_1 < P(a) < p_2 \qquad (2)$$

Wert-Unbestimmtheit. Das ist aber nur ein anderer Ausdruck dafür, dass zwischen rein formalen Werten auf dem Boden der klassischen Logik kein kontinuierlicher Übergang bestehen kann, weil sie ein einfaches Umtauschverhältnis darstellen. Mit Recht bemerkt deshalb v. Freytag-Löringhoff [2], dass Wahrscheinlichkeit nur ein logischer "Hilfsbegriff der Erkenntnispraxis" ist. In der Definition von Wahrscheinlichkeit als formale Wertunbestimmtheit enthüllt sich dieselbe als genereller Ausdruck für den jeweiligen epistemologischen Ort, an dem das Umtauschverhältnis von "positiv" und "negativ" sich konstituiert. In anderen Worten: die Wahrscheinlichkeitstheorie liefert keine spezifische Logik für Kontinuität. Daraus folgt nun, dass zwar die logische Struktur der Digitalmaschine für uns vollkommen durchsichtig ist, dass das gleiche aber von der dem Kontinuitätsprinzip folgenden Analog-Maschine nicht gesagt werden kann. Soweit die technische Praxis in Frage kommt, hat man allerdings längst kombinierte Komputiermechanismen entworfen, die sowohl die Analog- als auch die Digitalprozedur benutzen. Genau betrachtet sind das aber zwei separate Maschinen, die

[1] In den Formeln bezeichnet "a" eine Variable. Ihr ist eine Zahl zugeordnet, deren Wert zwischen 0 und 1 variiert; "P(a)" bezeichnet diesen Wahrscheinlichkeitswert.

[2] In: *Logik*, Stuttgart 1955, S. 81.
Vgl. auch H. Reichenbach, *Experience and Prediction*, Chicago 1947, S. 319 ff.

lediglich einem zwischen ihnen kommunizierenden Kontrollvorgang unterworfen sind. Mit solchen primitiven Lösungen durfte man sich zufrieden geben, solange man noch glauben konnte, dass neurale (digitale) und humorale (analoge) Vorgänge im menschlichen Körper sich ebenfalls in zwei gesonderten Systemen abspielten. Wir sind inzwischen aber eines Besseren belehrt worden. Heute wissen wir, dass im neuralen System sich abspielende Vorgänge mit beliebiger Häufigkeit von digitaler zu analoger Struktur und von der letzteren zurück zu der ersteren wechseln können.[3] Dieser Situation aber entspricht der heutige Stand der kybernetischen Technik auch nicht annähernd.

Die Gründe für diesen rückständigen Zustand sind in der bündigen Formulierung J.von Neumanns enthalten[4]: "The language of the brain (is) not the language of mathematics". In anderen Worten: *Die Regeln, denen unsere Bewusstseinsprozesse folgen, besitzen eine logische Struktur, in der der Widerspruch zwischen Analog- und Digital-Prinzip aufgelöst ist.* Die klassische Logik aber kann das – auch unter Zuhilfenahme der statistischen resp. der Wahrscheinlichkeitstheorien – nicht leisten. Folglich besitzen wir, wie von Neumann an anderer Stelle bemerkt hat, keine adäquate logische Theorie von Automatismen. "We are very far from possessing a theory of automata which deserves that name ... Everybody who has worked in formal logic will confirm that it is one of the technically most refractory parts of mathematics. The reason for this is that it deals with rigid, all-or-none concepts, and has very little contact with the continuous concept of the real or of the complex number..."[5] Von Neumann folgert dann, dass wir für die Theorie der Automatismen eine neue Logik benötigen (a "new system of formal logic"), in der die bekannten Elementaroperationen wie Negation, Konjunktion, Disjunktion usw. "will all have to be treated by procedures *which allow exceptions.* ..."[6] Die Wahrscheinlichkeits"logik" kommt dafür nicht in Frage, das haben wir bereits gesehen. Wenn in dieser Richtung die geringste Aussicht bestünde, dann hätte v.Neumann nicht nötig, nach einem neuen System der formalen Logik zu rufen.

Dass das, was verlangt wird, eine ganz radikale Abwendung von traditionellen logischen Vorstellungen fordert, wird klar, wenn man sich deutlich macht, dass die von einer kybernetischen Logik erwarteten Eigenschaften nach klassischen Begriffen ganz unsinnig sind, weil sie sich selbst widersprechen. Die geforderte Theorie soll erstens digitalen Charakter haben, da in ihr solche Operationen wie Negation, Konjunktion usw. auftreten sollen, andererseits sollen diese auf Umtauschverhältnissen beruhenden logischen Motive einer Analog-Behandlung zugänglich sein! Man kann sich schwer etwas Widerspruchsvolleres denken, und es sei klipp und klar gesagt, dass die derart gestellte Aufgabe auf dem Boden der klassischen (zweiwertigen) Logik grundsätzlich unlösbar ist! Das Überraschende nun ist, dass, wenn man zu mehrwertigen Kalkülen übergeht, die von vonNeumann geforderten Eigenschaften in diesen trans-klassischen Bereichen nicht nur eine (vielleicht recht entfernte) Möglichkeit der Realisierung

---

3 Vgl. John von Neumann, *The Computer and the Brain*, New Haven 1958, S. 68f.

4 A.a.O. S. 80

5 in: *The General and Logical Theory of Automata*. Zitiert nach *The World of Mathematics*, New York 1956, IV, S. 2083.

6 A.a.O. S. 2085. Die Sperrung ist von uns.

zeigen, – nein, sie dominieren diese Systeme in einer geradezu überwältigenden Weise. Das soll im zweiten Teil unserer Betrachtung demonstriert werden.

II.

Wir wollen das Auftreten von Analog-Strukturen in einem mehrwertigen Digitalsystem an dem einfachsten uns zur Verfügung stehenden Modell erläutern und wählen deshalb das einfache klassische logische Motiv der Konjunktion. Die traditionellen sowie alle späteren Werte stellen wir durch Ziffern dar. Also: 1 = positiv, 2 = (klassisch) negativ usw. Die Konjunktion wird dann wie folgt angeschrieben:

p	1	1	2	2
q	1	2	1	2
p & q	1	2	2	2

Tafel_I

D.h., die Konjunktion ist eine Wertordnung, die dadurch erzeugt wird, dass aus den zur Verfügung stehenden Werten eines Wertumtauschverhältnisses (Negation) immer der "höhere", also reflexivere Wert gewählt wird.[7] In einem dreiwertigen System gilt dementsprechend als anerkannte Wertfolge für die Vollkonjunktion:

p	1	1	1	2	2	2	3	3	3
q	1	2	3	1	2	3	1	2	3
p $\&^D$ q	1	2	3	2	2	3	3	3	3

Tafel_II

Wie man sieht, ist diese Wertfolge nach der gleichen Vorschrift gebildet: es wird immer der höchste Wert, der in den beiden über dem Strich befindlichen Wertreihen zur Verfügung steht, gewählt. Eine solche Folge wie die von (II) interpretieren wir nun als logischen Funktor in einem einfachen, drei logische Orte umfassenden, Stellenwertsystem der klassischen Logik.[8]

D.h., in ihr wiederholt sich die zweiwertige Konjunktion von (I) in drei durch ihren Reflexionsgrad voneinander unterschiedenen logischen "Stellen", da ja für jedes der drei zweiwertigen Umtauschverhältnisse von "1" und "2", "2" und "3", "1" und "3" die konjunktive Regel der Wertwahl gilt. Die Struktur dieses auf verschiedenen Reflexionsebenen komponierten logischen Funktors wird sofort sichtbar, wenn wir p $\&^D$ q in seine zweiwertigen Bestandteile auflösen:

irreflexives Niveau	1	2	.	2	2	.	.	.	.
einfach-refl. Niveau	.	.	.	.	2	3	.	3	3
doppelt-refl. Niveau	1	.	3	.	.	.	3	.	3

Tafel_III

In diese drei Stellen können nun alle 16 in der klassischen Logik verfügbaren vierstelligen Wertserien in beliebiger Kombination eingesetzt werden, wobei nur die selbstverständliche Einschränkung gilt, dass die in die erste, fünfte und neunte Po-

7 Für das Folgende vgl.: Gotthard Günther, *Die Aristotelische Logik des Seins und die nicht-Aristotelische Logik der Reflexion*. Zeitschrift für Philosophische Forschung XII/3 S. 360-407, von jetzt ab zitiert als "Ztschr."

8 Vgl. Ztschr. S. 395 ff.

sition placierten Werte identisch sein müssen. Eine solche einstufige Stellenwerttheorie eines dreiwertigen Systems liefert aber auch bei generösester Interpretation nur 1728 binare Wertfolgen.[9] Eine dreiwertige Logik aber verfügt über 3^9 = 19683 solcher Sequenzen, von denen, wie wir sehen, die überwältigende Mehrzahl auf der ersten Stufe der Stellenwerttheorie nicht interpretierbar ist. Unsere bisherige Deutung des logischen Phänomens der Mehrwertigkeit muss also durch eine zweite Stufe unserer Theorie ergänzt werden, die sich mit einer spezifischen Eigenschaft generell n-wertiger Systeme befasst, einer Eigenschaft, die wir hier als das Auftreten von "Fremdwerten" in den zweiwertigen Sub-Systemen der mehrwertigen Strukturen charakterisieren wollen. Damit ist folgendes gemeint: Wenn wir zu unserer klassischen Tafel_I zurückgehen, dann ist ganz selbstverständlich, dass in der dort dargestellten Wertfolge für p & q keine anderen Werte als "1" und "2" auftreten können. Und zwar können andere Werte deshalb nicht gewählt werden, weil das ganze System dieser Logik eben nur diese beiden Wertmotive enthält. Die einzige in dieser Richtung gehende Möglichkeit besteht in der Wahl eines "Pseudo-Fremdwertes". Betrachten wir etwa die Wertfolge für Äquivalenz, 1 2 2 1, so ist ersichtlich, dass in der vierten Stelle dieser Sequenz ein Wert gewählt ist, der in den Wertkonstellationen für "p" und "q" an der betreffenden Stelle nicht "angeboten" ist. Die Wertwahl ist also relativ "fremd" gegenüber dem vorhandenen Angebot, sie stammt aber immer noch aus der Wertalternative, die in dem gegebenen System zur Verfügung steht. Ein weiterer Blick auf Tafel_I zeigt, dass in der zweiten und dritten Position der Wertsequenz nicht einmal Pseudo-Fremdwerte auftreten können. Der Begriff des Pseudo-Fremdwertes hat für die in dieser Betrachtung angestellten Überlegungen keine weitere Bedeutung. Es ist aber geraten, um Verwirrungen zu vermeiden, auf die Unterscheidung von echten und unechten Fremdwerten aufmerksam zu machen, weil dieselbe in einer generellen Theorie der Mehrwertigkeit eine erhebliche Rolle spielt. — Allgemein lässt sich jedenfalls sagen, dass, wie das Verhältnis der erwähnten Zahlen 1728 und 19683 zeigt, das Phänomen der Fremdwerte die Interpretation der mehrwertigen Kalküle überwiegend beherrscht, da schon in einem dreiwertigen System 17955 der dort auftretenden binarischen Wertfolgen in ihre Sequenz einen oder mehrere echte Fremdwerte einschließen.

Was ist nun aber ein echter Fremdwert? Für eine erste Demonstration dieses Phänomens führen wir eine dreiwertige Aussagenfunktion p S q ein:

p	1	1	1	2	2	2	3	3	3
q	1	2	3	1	2	3	1	2	3
p S q	1	2	3	2	2	3	3	3	3

Tafel_IV

Die diesem Funktor entsprechende Wertserie, die in einem dreiwertigen Kalkül eine besondere Bedeutung hat, ist in allen drei Subsystemen durch echte Fremdwerte erfüllt. Diese Fremdwerte gehören aber drei verschiedenen logischen Kategorien an, von denen nur eine für unser Problem des Analog-Wertes relevant ist. Die nächste Tafel, in der wir (IV) aufgelöst haben, soll diesen Unterschied verdeutlichen (wobei das Symbol $\longleftrightarrow$ anzeigt, dass die jeweiligen Werte im Umtauschverhältnis stehen und in dieser Beziehung ein klassisch-zweiwertiges Logiksystem repräsentieren):

[9] wie beschrieben in Ztschr., S. 395-403

$1 \longleftrightarrow 2$	1	3	.	3	2	.	.	.	.		
$2 \longleftrightarrow 3$	.	.	.	.	2	1	.	1	3	Tafel_V	
$1 \longleftrightarrow 3$	1	.	2	.	.	.	2	.	3		

In der obersten Reihe, die das zweiwertige Subsystem 1 ↔ 2 repräsentiert, finden wir jetzt anstelle der klassischen Wertserie für Konjunktion (oder Disjunktion) eine Folge von Werten, in der "3" auftritt. Wir begegnen hier also einem Fremdwert und zwar einem solchen, der einen *höheren* Reflexionszustand vertritt, als er durch das betreffende zweiwertige System gegeben ist. In der mittleren Reihe tritt ebenfalls ein extraner Wert auf, nämlich "1" Derselbe aber hat die Eigenschaft, einen "Reflexionszustand" (= Irreflexivität) anzuzeigen, der *unterhalb* des reflexiven Niveaus liegt, auf dem die Werte "2" und "3" miteinander vertauschbar sind.

Es liegt auf der Hand, dass Fremdwerte dieser beiden Kategorien nicht für die Lösung des Analog-Problems beitragen. Glücklicherweise aber sind wir mit unserer Betrachtung von (V) noch nicht zu Ende. In der letzten Reihe stellen wir fest, dass der dort auftretende Fremdwert "2" ist. Derselbe liegt diesmal innerhalb der disjunktiven Reflexionsspanne von $1 \longleftrightarrow 3$ und erfüllt so die Minimalbedingung, die wir an einen Analog-Wert in einem digitalen System stellen müssen. Aus dem in den beiden letzten Absätzen Gesagten ist ohne weiteres ersichtlich, dass der Analog-Wert ein Spezialfall in einer allgemeinen Theorie der Fremdwerte ist. Der Charakter dieser erweiterten Stellenwerttheorie kann in diesem Rahmen nicht einmal angedeutet werden. Dieselbe ist das zentrale Thema des in Vorbereitung befindlichen zweiten Bandes der "nicht-Aristotelischen Logik" des Verf., der das generelle Problem des Fremdwertes dort unter dem Titel "Intro-Semantik" behandelt. Soweit die Frage der Vereinigung von Analog- und Digitalprinzip in einer einzigen logischen Theorie in Betracht kommt, ist es aber auch gar nicht notwendig, die allgemeine Bedeutung jenes strukturellen Phänomens, das wir als Fremdwert bezeichnet haben, zu kennen. Es genügt, wenn wir uns auf jene Variante beschränken, die als Zwischenwert *innerhalb* des Reflexionsbereiches eines im Umtauschverhältnis stehenden Wertepaars auftritt.

Wir wollen das Weitere deshalb an einem Funktor erläutern, in dem die in p S q auftretenden Fremdwerte aus den Subsystemen $1 \longleftrightarrow 2$ und $2 \longleftrightarrow 3$ wieder verschwunden sind. Die zu einem solchen Funktor gehörige Wertfolge ergibt sich, wenn wir die Vollkonjunktion $p \,\&^D q$ durch eine Operation "∇"[10], die in den Subsystemen $1 \longleftrightarrow 2$ und $2 \longleftrightarrow 3$ den niederen, in dem Subsystem $1 \longleftrightarrow 3$ aber den höheren Wert wählt, mit einem zweiten konjunktiven Ausdruck verbinden. In diesem zweiten voll konjunktiven Ausdruck sind "p" und "q" doppelt verneint, und zwar unmittelbar durch den Negationsoperator des Subsystems $2 \longleftrightarrow 3$ (angeschrieben als ~') und iteriert durch die klassische Negation (~). Das ergibt die Formel

$$p \,\&^D q \;\nabla\; (\sim \sim' p \,\&^D \sim \sim' q) \qquad (3)$$

die der Wertserie (4) der folgenden Tafel entspricht.

[10] s. Ztschr. 396f.

	1	1	1	2	2	2	3	3	3
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
(4) =	1	2	2	2	2	3	2	3	3

Tafel_VI

Die aus (3) sich ergebende Wertserie von Tafel (VI) ist klassisch konjunktiv in den beiden Subsystemen $1 \longleftrightarrow 2$ und $2 \longleftrightarrow 3$. In dem dritten Subsystem $1 \longleftrightarrow 3$ ist der starre Alternativcharakter der Wertwahl abgeschwächt! Anstatt der für Konjunktion erwarteten Sequenz 1 3 3 3 begegnen wir hier der eine Trichotomie implizierenden Folge 1 2 2 3.

Wir haben das operative Zustandekommen dieser Folge im vorigen Absatz deshalb so ausführlich dargestellt, weil alles davon abhängt, dass verstanden wird, dass die Rolle, die der Wert "2" in dem Subsystem $1 \longleftrightarrow 3$ spielt, *nicht* die gleiche ist, durch die in dem sich auf Wahrscheinlichkeit beziehenden Ausdruck (2) *Wertunbestimmtheit* angezeigt wird. Der Wert "2" übernimmt an keiner Stelle der Folge in (VI) die Funktion der Wertunbestimmtheit. Er ist überall digital – alternativ präzis festgelegt. Nur entzieht sich die Evidenz dieser Präzision unserem im mehrwertigen Denken ungeübten Bewusstsein, weil sie sich nicht in einem einfachen System, sondern in einem System solcher Systeme darstellt. Aber trotz allem strengen Alternativcharakter, in dem sich 2 zu den anderen beiden Werten – auf dem Umweg über die Subsysteme $1 \longleftrightarrow 2$ und $2 \longleftrightarrow 3$ – verhält, hat seine Einführung als Fremdwert in die Systematik von $1 \longleftrightarrow 3$ die gewünschte Wirkung, dass er dort das von v.Neumann beklagte – und als entscheidendes Hindernis für eine Theorie der Automatismen angesehene – starre Alternativverhältnis ("rigid", "all-or-none concepts") der formallogischen Prozedur grundsätzlich aufhebt.

Aber eine Schwalbe macht noch keinen Sommer; und selbst, wenn es uns gelingt, in einem Subsystem einer dreiwertigen Logik einen Zwischenwert einzuführen, der, insofern er eine erste Annäherung an das Kontinuitätsprinzip darstellt, als Analog-Wert angesprochen werden darf, so sind wir in diesem Stadium von einer Analogprozedur im buchstäblichen Sinn noch unendlich weit entfernt.

Nichts aber hindert uns, von einem trinitarischen System zu höherwertigen Strukturen weiterzugehen und uns dort das rapide Anwachsen der Fremd- und Zwischenwerte zunutze zu machen. Wir übertragen deshalb die in (3) dargestellte konjunktive Detailsituation erst auf ein vier- und dann auf eine fünfwertiges System.

1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	2	2	3	2	2	3	3	2	3	3	4	3	3	4	4

Tafel_VII

Da eine vierwertige Logik ein Stellenwertsystem von sechs zweiwertigen Strukturen ist, die sich überdies in ein Stellenwertsystem zweiter Ordnung, das vier dreiwertige Kalküle umfasst, einordnen lassen, kann das Auftreten jener Fremdwerte, die für eine Interpretation als Analog-Werte in Frage kommen, auf die folgende Weise übersichtlich dargestellt werden:

$1 \longleftrightarrow 2$	–
$2 \longleftrightarrow 3$	–
$3 \longleftrightarrow 4$	–
$1 \longleftrightarrow 3$	2
$2 \longleftrightarrow 4$	3
$1 \longleftrightarrow 4$	2 ⁞ 3

Tafel_VIII

Auf der linken Seite des vertikalen Doppelstriches haben wir die Wertumtauschverhältnisse der jeweiligen "klassischen" Systeme angeschrieben. Auf der rechten Seite sind die möglichen Analog-Werte verzeichnet, die in die betr. zweiwertige Logik eingesetzt werden dürfen. Wie man sieht, verfügen die ersten drei Umtauschrelationen über keine Zwischenwerte, aus dem trivalen Grunde, dass die Reflexionsdistanz des Wertumtauschverhältnisses = 0 ist. In Hegels Terminologie: die Werte sind "unmittelbar". Auf diese Dreiergruppe folgen zwei Systeme, in denen die Reflexionsdistanz des Wertumtauschverhältnisses = 1 ist. D.h., hier ist eine "Vermittlung" durch einen Zwischenwert gestattet. In der letzten Zeile von (VIII) begegnen wir ausschließlich jener klassischen Logik, die in einem vierwertigen Stellensystem die größte reflexive Spannweite hat. In diesem Umtauschverhältnis stehen schließlich zwei Analog-Werte zur Disposition, nämlich "2" und "3".

Der Fortschritt, der schon mit dem kleinen Schritt von drei zu vier Werten in der Analogprozedur gemacht worden ist, ist wesentlich und soll deshalb kurz beschrieben werden. Da in der dreiwertigen Struktur nur der Wert "2" als Zwischenstufe in dem Subsystem $1 \longleftrightarrow 3$ zur Verfügung stand, war nicht auszumachen, wie die Wertfolge 1 2 2 3 interpretiert werden sollte. Tafel_IX illustriert die Situation.

$$\begin{array}{l} 1\ 3\ 3\ 3 \searrow \\ \qquad\qquad\qquad 1\ 2\ 2\ 3 \\ 1\ 1\ 1\ 3 \nearrow \end{array}$$

Tafel_IX

Wie man sieht, ist 1 2 2 3 zweideutig, denn diese Wertfolge kann sowohl als Analogisierung der Konjunktion (1 3 3 3) als auch als die korrespondierende Prozedur für die Disjunktion (1 1 1 3) verstanden werden. Da Disjunktion Wahl des niedrigsten der verfügbaren Werte bedeutet, stellt die Einführung von Analogwerten eine Steigerung des reflexiven Wertniveaus dar. Im konjunktiven Fall bedeutet sie eine Senkung. Da aber nur ein einziger Wert als Zwischenwert zur Verfügung steht, ist die Wertwahl für beide Situationen identisch. In dem Augenblick aber, wo man zu einem vierwertigen System übergeht, besitzt man wenigstens eine zweiwertige Logik ($1 \longleftrightarrow 4$), in der konjunktive und disjunktive Analogstrukturen unterscheidbar sind. Dieselben können jetzt nämlich als 1 3 3 4 und 1 2 2 4 angeschrieben werden.

Eine vierwertige Logik aber zeigt ihre Überlegenheit noch unter einem anderen Gesichtspunkt. In ihrem dreiwertigen Vorgänger konnte das Analog-Prinzip für einen einzigen Stellenwert nutzbar gemacht werden. Gehen wir aber zu vier Werten über und interpretieren wir die sich jetzt entwickelnden Strukturen als eine Konfiguration von vier dreiwertigen Systemen, dann verfügen wir, wie die nächste Tafel zeigt

$1 \longleftrightarrow 2 \longleftrightarrow 3$	–	–	2	
$2 \longleftrightarrow 3 \longleftrightarrow 4$	–	–	3	
$1 \longleftrightarrow 2 \longleftrightarrow 4$	–	3	2	3
$1 \longleftrightarrow 3 \longleftrightarrow 4$	2	–	2	3

Tafel_X

nicht nur über zwei dreiwertige Logiken des originalen Typs sondern auch über zwei weitere, in denen erstens die Analogprozedur in zwei Systemen eingeführt werden kann und in denen außerdem in einem dieser Subsysteme disjunktive und konjunktive Analogie unterschieden werden kann. (Die Differenz ist durch die gestrichelte Vertikallinie angedeutet.) Die Wertfolge unseres vierwertigen Funktors in (VII) ist dann, wie wir sehen, ausschließlich von der konjunktiven Analog-Prozedur bestimmt.

Allerdings muss festgestellt werden, dass auch in einem vierwertigen System eine dreiwertige Logik noch nicht in allen Stellenwerten analogisierbar ist. Aus diesem Grunde gehen wir jetzt zu einer fünfwertigen Struktur über und präsentieren in Tafel (XI) das Schema ihrer Analog-Werte:

$1 \longleftrightarrow 2 \longleftrightarrow 3$	–		–		2		
$2 \longleftrightarrow 3 \longleftrightarrow 4$	–		–		3		
$3 \longleftrightarrow 4 \longleftrightarrow 5$	–		–		4		
$1 \longleftrightarrow 2 \longleftrightarrow 4$	–		3		2	3	
$2 \longleftrightarrow 3 \longleftrightarrow 5$			4		3	4	
$1 \longleftrightarrow 3 \longleftrightarrow 4$	2		–		2	3	
$2 \longleftrightarrow 4 \longleftrightarrow 5$	3		–		3	4	
$1 \longleftrightarrow 2 \longleftrightarrow 5$	–		3	4	2	3	4
$1 \longleftrightarrow 4 \longleftrightarrow 5$	2	3	–		2	3	4
$1 \longleftrightarrow 3 \longleftrightarrow 4$	2		4		2	3	4

Tafel_XI

In dieser Logik erhalten wir endlich einen Funktor, repräsentiert durch die Wertserie

1 2 2 3 4 2 2 3 3 4 2 3 3 4 4 3 3 4 4 5 4 4 4 5 5

der unseren Spezialfall einer analogisierten Vollkonjunktion p & q in einem dreiwertigen System zeigt, in dem der Analog-Wert in allen drei Subsystemen aufzutreten fähig ist. Der Minimalfall einer solchen trinitarischen Logik ist also das den zehnten Stellenwert einer fünfwertigen Struktur besetzende Subsystem, das mit den "klassischen" Umtauschverhältnissen von

$$1 \longleftrightarrow 3$$

$$3 \longleftrightarrow 5$$

$$1 \longleftrightarrow 5$$

arbeitet. Wir sagen ausdrücklich, dass es sich hier um einen Minimalfall handelt. Denn wie ohne weiteres ersichtlich ist, kann in den Subsystemen $1 \leftrightarrow 3$ und $3 \leftrightarrow 5$ noch nicht einmal zwischen voll konjunktiver und korrespondierender disjunktiver Analog-Prozedur unterschieden werden. Andererseits aber verfügen wir in dem "klassischen" System $1 \longleftrightarrow 5$ bereits über drei logische Zwischenwerte. Auf die individuelle Interpretation dieser Analog-Motive kann hier aus Raumgründen nicht eingegangen werden. Es genügt uns zu wissen, dass durch Fortschreiten zu umfangreicheren Stellenwertstrukturen und durch geeignete Wahl des Stellenwertes für die klassische Umtauschrelation zwischen irreflexivem (positivem) und reflexivem (negativem) Wert sich eine beliebige Anzahl von Analog-Werten erzeugen lässt. jeder dieser Zwischenwerte ist selbst durch die dem Kontinuitätsprinzip gegenüber versagende klassisch-digitale Alternativprozedur hergestellt worden. Er ist in geeignet gewählten Subsystemen selber strikter Alternativ-Wert. In denjenigen Systemen aber, in denen er als Analogwert auftritt, hat er alle Alternativeigenschaften verloren. Zur Illustration dieses Tatbestandes weisen wir auf die unterschiedliche Funktion des Wertes "2" ("1" als irreflexiver Wert kann nie in einer Analog-Eigenschaft auftreten) in den beiden dreiwertigen Logiken hin, die den zweiten und den zehnten Stellenwert in Tafel_XI okkupieren. Im ersten Fall tritt "2" nur als strikter Alternativwert auf. Im zweiten als ein des Alternativcharakters gänzlich verlustig gegangener Analogwert. In beiden Fällen handelt es sich um Systeme mit einer trichotomischen Wertstruktur. Aber in keinem der beiden Systeme hat "2" die Eigenschaft der Wertunbestimmtheit, wie sie durch Formel (2) in der Wahrscheinlichkeitslehre indiziert ist. —

Es war unsere Absicht, an einem isolierten logischen Motiv – der Analogisierung der Vollkonjunktion in mehrwertigen Systemen – zu zeigen, dass eine mehrwertige nicht-Aristotelische Theorie der Logik Analog- und Digitalprinzipien in einem System vereinigen kann und so die von Neumannsche Forderung an eine generelle logische Theorie der Automatismen erfüllt. Es bleibt uns nur noch übrig, einem an dieser Stelle zu erwartenden Einwand zu begegnen. Denn selbst wenn zugegeben wird, dass durch die Wahl beliebig hoher Wertsysteme die Zahl der in ein logisches Alternativverhältnis einsetzbaren Fremdwerte unbeschränkt wachsen kann, so bleibt sie doch für jedes gegebene n-wertige System endlich. Eine der Idee der Kontinuität entsprechende unendliche Dichte im Wertübergang ist durch solche Analogprozeduren nicht darstellbar. Dieses Argument mag nun im Rahmen einer Theorie des reinen Denkens seine Meriten haben. An dieser Stelle aber haben wir es mit einer Logik physischer Maschinen zu tun, und keine, auch für die Zukunft irgendwie konzipierbare, technische Analog-Prozedur ist imstande, die Idee reiner mathematischer Kontinuität in die Praxis umzusetzen. In einer Analogmaschine werden arithmetische Quantitäten etwa durch die Stärke eines elektrischen Stromes, die Größe eines elektrischen Potentials oder durch mechanische Winkelveränderungen (V. Bush's Differentialanalysator) wiedergegeben. Aber selbst wenn wir davon absehen, dass dabei ein "noise problem" existiert, das die technische Genauigkeit beeinträchtigt, so kann doch ganz grundsätzlich die angebliche Kontinuität der quantitativen Übergänge die Größenordnung des Planckschen Wirkungsquantums h nie unterschreiten. Also auch die Analog-Prozedur arbeitet letzten Endes mit diskreten Einheiten!

Die in unserer Betrachtung angedeutete mehrwertige Technik überbrückt zwar nicht den logischen Abstand zwischen mathematischer Analysis und Kombinatorik, sie scheint uns aber trotzdem geeignet, als Basis der von v. Neumann geforderten generellen Theorie aller kybernetischen Automatismen zu dienen. Denn selbst aus diesen elementaren Erörterungen dürfte hervorgehen, dass die abzählbar unendliche Reihe der endlich n-wertigen Systeme Eigenschaften besitzt, die die jeder Logik mit beliebig hohem n überschreiten. Es bleibe dahingestellt, ob man sich dieses letzten heute noch sichtbaren nicht-Aristotelischen Problemniveaus vermittels eines mehrwertigen logischen "Differentialkalküls" und durch den Konzept eines all-wertigen logischen "Integrals" wird bemächtigen können.

The text was originally edited and rendered into PDF file for the e-journal <www.vordenker.de> by *E. von Goldammer*

vordenker
ISSN 1619-9324